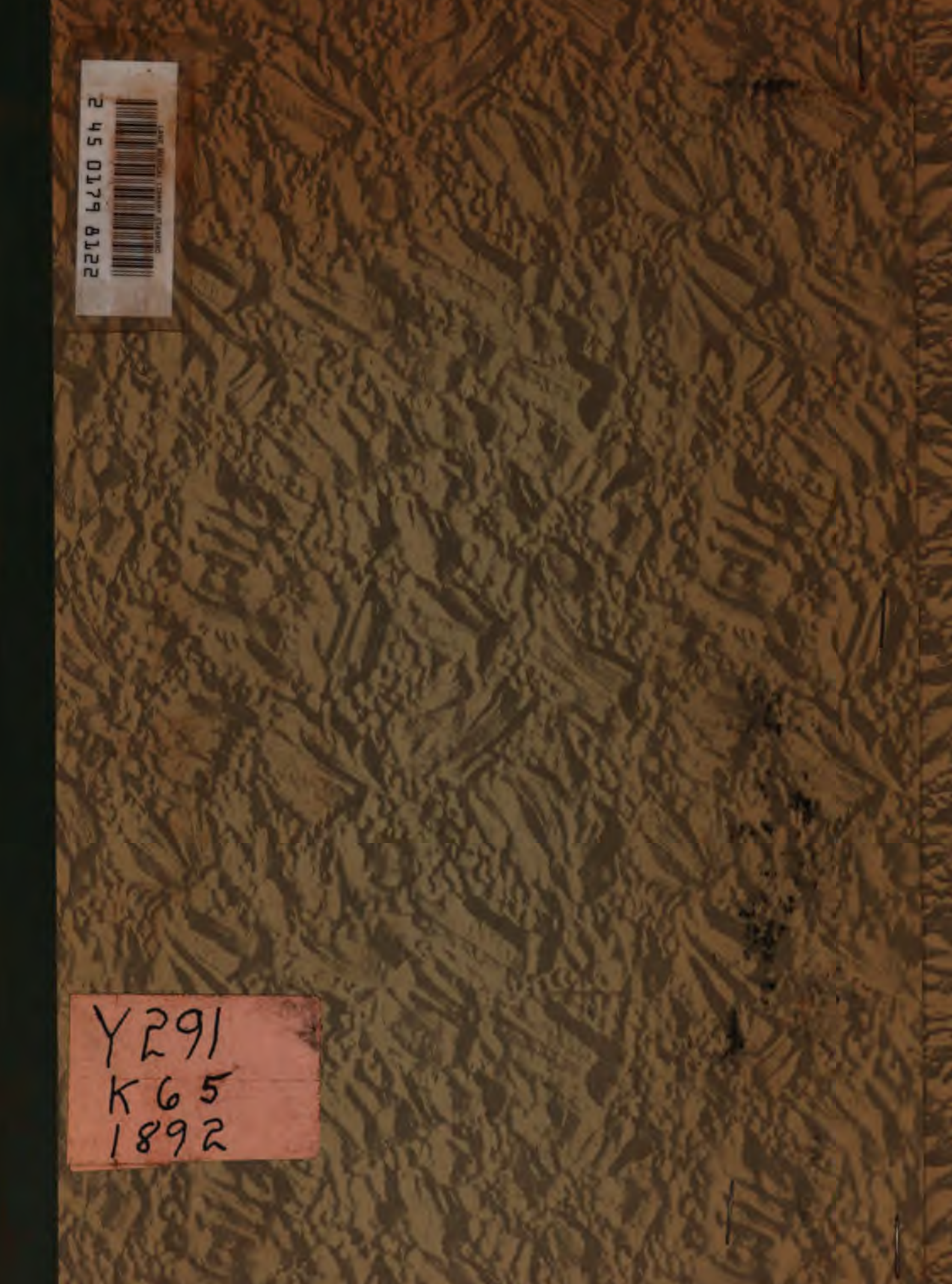
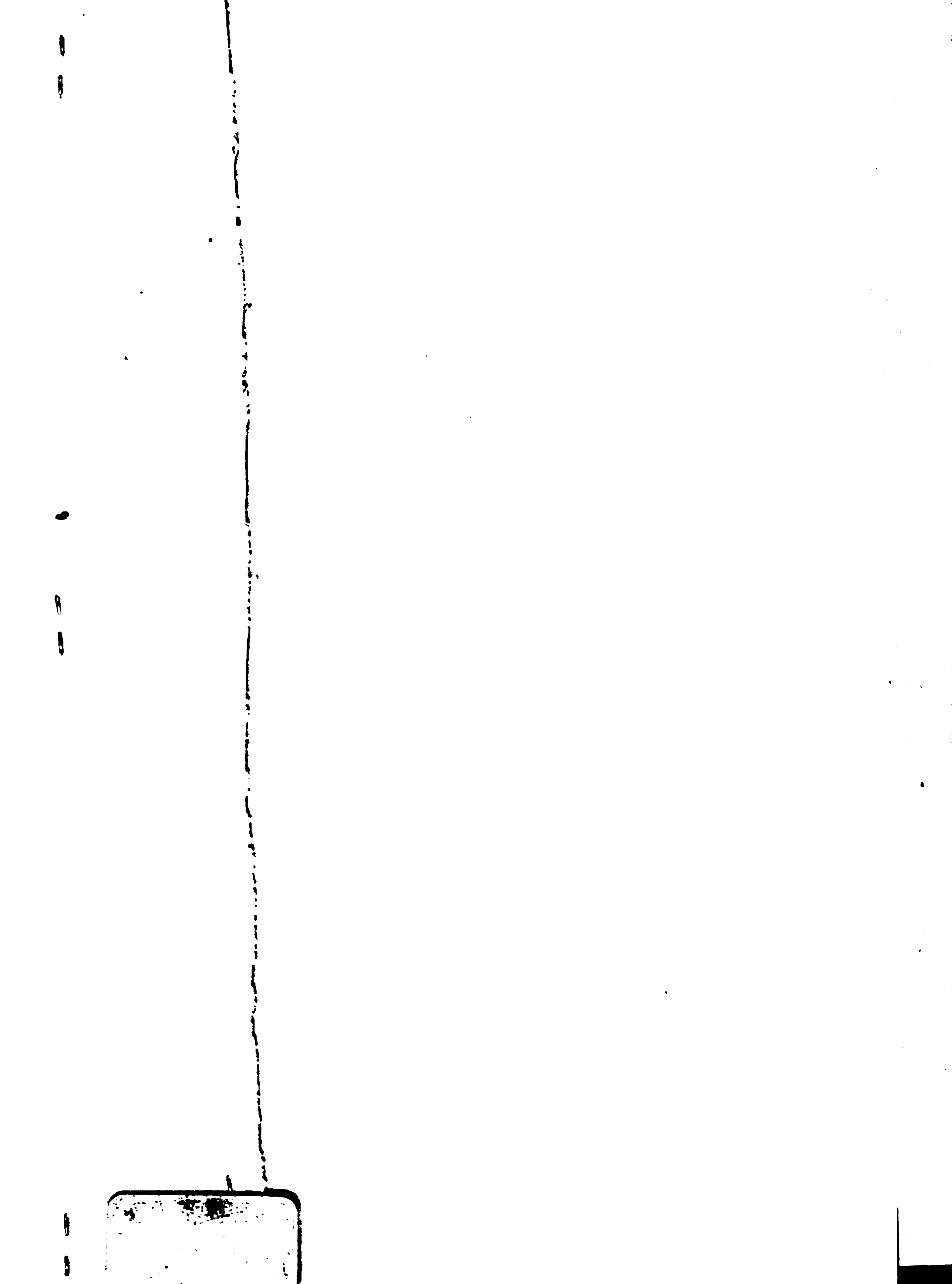

2 45 0179 8122
Y291
K65
1892



Beiträge

zur

Dioptrik der Augen einiger Hausthiere

von

A. Klingberg.

I.—III. Theil.

Güstrow.
Druck der Rathsbuchdruckerei.
1892.



2

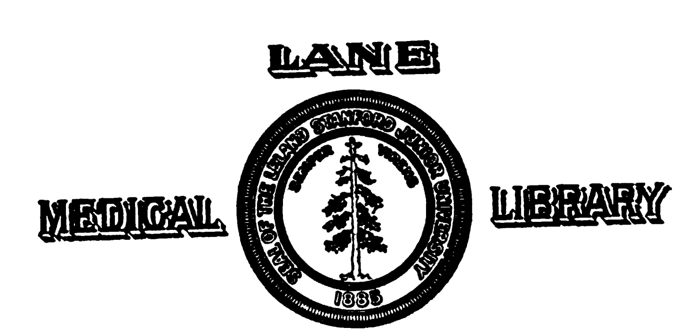
Beiträge

zur

Dioptrik der Augen

einiger Hausthiere.

Erster Theil.


LANE
MEDICAL
LIBRARY
1885

Erst mit dem Anfange des achtzehnten Jahrhunderts beginnen eingehendere anatomische und physiologische Studien über das menschliche Auge und im Zusammenhange damit auch über die Augen einiger Wirbelthiere. Eine ganze Reihe von Arbeiten liegt aus dieser Zeit vor, in welchen Bestimmungen der Oerter der Linsenflächen und der Retina gegeben werden und auch versucht wird, die Krümmungsradien der brechenden Flächen des Auges annähernd festzustellen. Unter allen diesen Arbeiten ragen die von Petit[1]) besonders dadurch hervor, dass sie neue und brauchbare Methoden zur Bestimmung der gesuchten Constanten enthalten. Er zuerst bestimmte die Abstände der Linse und der Retina von der Cornea an gefrorenen Augen, eine Methode, welche wir für Thieraugen noch heute allgemein anwenden und welche vor allem den Vorzug hat, dass die Bestimmungen, welche nach ihr gemacht werden, an enucleirten Augen und auch dort vorgenommen werden können, wo keine Apparate zur Verfügung stehen. Ebenso lässt sich mit der Methode, welche er zur Bestimmung der Krümmungsradien giebt, so unvollkommen sie uns heute bei unsern Mitteln auch erscheinen mag, für viele Zwecke ein hinreichend grosser Grad der Genauigkeit erreichen, und da auch sie keine Apparate erfordert, so wird sie immer mit grösseren oder geringeren Modificationen dort angewendet werden können, wo ein Helmholtz'sches Ophthalmometer fehlt, und die Chossat-Moennich'sche Methode, nach welcher die dieser Arbeit zu Grunde liegenden Untersuchungen angestellt sind, zu umständlich erscheint. Wir geben die Petit'sche Methode mit seinen eigenen Worten. Er sagt:[2])

„J'ai fait faire de petites plaques de cuivre; j'ai fait tailler à leurs extremités, des arcs de cercle de differents diamètres; je pose ces arcs de cercle sur la cornée, celui qui parait la toucher dans tous ses points marque la convexité de cette cornée."

Diese Art der Bestimmung der Krümmungsradien durch Anpassung wird immer dann genügen, wenn es dem Untersucher allein daran liegt, den Krümmungsradius im Scheitel der cornea annähernd zu kennen, reicht aber nicht aus für den, der die Oberflächengestalt der cornea feststellen will. Petit fand denn auch durch seine Messungen die bis dahin gültige Annahme, dass die Hornhaut ein Kugelsegment sei, nicht widerlegt. Der erste, der eine andere Ansicht über die Oberflächengestalt der cornea, wenn auch nicht auf Grund angestellter Untersuchungen, äussert, ist Mauchart,[3]) welcher sagt: Figura corneae obiter attendenti videtur extus rotunda, sed ex ipsa conjunctivae super corneam insertione accidit, ut corneae figuram obtineat vel transversim ellipticam vel aliam irregularem. Der erste Versuch einer genaueren Bestimmung, der auch leidlichen Erfolg hatte, ist von Chossat[4]) gemacht, der im Anfang dieses Jahrhunderts eine grössere Anzahl von Untersuchungen an Menschen- und Thieraugen vorgenommen hat. Er sucht sich vergrösserte Zeichnungen von verschiedenen Hornhautmeridianen zu verschaffen und bestimmt dann an diesen Zeichnungen durch geometrische Con-

[1]) Eine Aufzählung der Schriften von Petit ist enthalten in: Hirsch, Geschichte der Ophthalmologie p. 311, Graefe-Saemisch Bd. VII.

[2]) Chossat, Mémoire sur la courbure des milieux refringens de l'oeil chez le boeuf. Ann. de chim. et de phys. Vol. X 1819 p. 337.

[3]) Mauchart, Corneae oculi tunicae examen. Tübingen 1743. Haller, Disp. anatom. IV p. 105.

[4]) Chossat: Ebendaselbst.

struction die Axe des Kegelschnittes, auf Curven höherer Ordnung hat er nicht untersucht, misst darauf gezeichnete Abscissen und Ordinaten und findet, dass diese am besten einer Elipse anpassen. Das Verfahren, welches er zur Herstellung dieser Zeichnungen anwandte, ist folgendes: Er legt das ganze enucleirte Auge in ein kleines Glassgefäss mit planparallelen Wänden, welches sich einem Theile des hinteren Bulbus anschmiegt, füllt dieses mit Wasser, damit sich nicht das Auge unter dem Druck seines eigenen Gewichtes deformire, und bringt dies Gefäss vor ein Megascop. Das Bild lässt er auf eine Platte fallen und zeichnet mit einem Stift die Umrisse desselben nach. Die linearen Vergrösserungen waren entweder von 1:8 oder von 1:10. Aehnlich verfährt er mit der Linse. In ein gleiches Gefäss bringt er Quecksilber, lässt auf diesem die Linse schwimmen, giesst Wasser darüber, bis die Linse ganz davon bedeckt ist, und bringt das Ganze vor das Megascop.

Fast gleichzeitig mit ihm bestimmt Soemmering[1]) Dimensionen und Krümmungsradien der brechenden Medien des Auges einer ganzen Reihe von Wirbelthieren aller fünf Klassen. Aus seiner Abhandlung ist aber nicht genau ersichtlich, welche Methode er bei seinen Messungen angewendet hat. Er giebt äusserst genaue und scharfe Abbildungen der untersuchten Augen, von denen er sagt: In figuris autem situm habitumque partium naturalem maxima fide representare studui; ita tamen ut summi Albini exemplo nihil quod in vita turgidum morte collapsum, quod expansum corrugatum, quod repletum evacuatum, quod pellucidum obscuratum cerneretur; quo facto in icone ea omnia arte quasi restituebantur, quae in archetypo cum vita amissa videbantur.

So grossen Werth demnach diese Zeichnungen auch haben mögen, es werden keinenfalls seine Untersuchungen für den von hinreichender Genauigkeit sein, der sich mit dem physikalisch-optischen Bau des Auges beschäftigt, und man wird Chossat[2]) beistimmen müssen, wenn er ihnen in erster Reihe nur anatomischen Werth zuschreibt.

Dasselbe lässt sich von den Constanten sagen, welche Treviranus[3]) bei der Untersuchung einer ganzen Reihe von Thieraugen findet, die er an frischen und in Weingeist gehärteten Augen anstellt.

Wenn nun durch alle diese Untersucher nicht unbeträchtliches Material über die Grösse der Krümmungsradien und die Oerter der brechenden Medien geliefert war, so fehlte es doch noch sehr an genügenden Bestimmungen der in Betracht kommenden Brechungsindices. Ueber diese waren Untersuchungen fast nur an Menschenaugen und nach theilweise sehr schwierigen und subtilen Methoden gemacht worden, von denen Fleischer[4] eine Zusammenstellung giebt.

Dieser benutzte zuerst bei seinen Untersuchungen das Abbe'sche Refractometer,[5]) musste sich aber mit der Anwendung desselben auf die Bestimmung der Brechungsindices der flüssigen Augen-

[1]) Soemmering, De oculorum hominis animaliumque sectione horizontali. Göttingen 1818.

[2]) Chossat p. 339 Anmerk.

[3]) Treviranus, Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Sinneswerkzeuge des Menschen und der Thiere. I. Heft. Bremen 1828.

[4]) Fleischer, Neue Bestimmungen der Brechungsexponenten der durchsichtigen, flüssigen Medien des Auges. Inauguraldissertation. Jena 1872.

[5]) Mehr oder minder ausführliche Beschreibungen des Apparates finden sich bei Fleischer, l. c. p. 14.

Abbe, Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungsvermögens fester und flüssiger Körper. Jena 1874.

Matthiessen, Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. § 57.

Valentin, In verschiedenen Abhandlungen in Pflüger's Archiv für die ges. Physiologie. Bd. 17 p. 258 (1877); Bd. 19 p. 78 (1879); Bd. 20 p. 283 (1879).

Abbe, Ueber die Bestimmung der Brechungsverhältnisse fester Körper mittels des Refractometers. Sitzungsbericht der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft. 22. Februar 1879.

Matthiessen, Ueber die Beziehungen, welche zwischen dem Brechungsindex des Kerncentrums der Krystallinse und den Dimensionen des Auges bestehen. Pflüger's Archiv für die ges. Physiologie. Bd. 27 p. 520.

medien begnügen. Aubert und Matthiessen[1]) gelang es zuerst, mit diesem Apparat die Indices der Linse des menschlichen Auges zu bestimmen, und Matthiessen giebt dann in verschiedenen Abhandlungen Indices einer ganzen Reihe verschiedener Thierlinsen. Mit den Untersuchungen des letzteren[2]) beginnt überhaupt ein neues Stadium in der Behandlung der Frage nach dem optischen Bau des Auges. Vor allem gelingt es ihm, Integrale zu finden für die aufgestellten Differentialgleichungen der geschichteten Krystallinse, und er zuerst bestimmte die Constanten von Thieraugen so vollständig, dass die Cardinalpunkte derselben berechnet werden konnten. Diese Berechnungen hat er durchgeführt für die Augen des Pferdes, des Rindes, des Hundes und des Löwen und ferner hat er für eine ganze Reihe anderer Säugethiere, Vögel und Fische die dioptrischen Constanten fast vollständig gegeben. Die Krümmungsradien der brechenden Medien besimmt Matthiessen[3]) dadurch, dass er die Hornhaut und die Linsenflächen in ungefrorenem Zustande einer Reihe dicht nebeneinanderliegender concentrischer Kreise anzuschmiegen sucht; die Dimensionen verschafft er sich nach der Petit'schen Methode.

Mit theilweiser Benutzung der von Matthiessen für die Linse des Pferdeauges gewonnenen Resultate berechnete Berlin[4]) die Cardinalpunkte des Auges eines sechsjährigen Pferdes; die Krüm-

---

[1]) Aubert, l. c. p. 409. — Matthiessen, Dioptrik etc. p. 173.

[2]) Die hauptsächlichsten von den zur Dioptrik des Auges gehörigen Schriften Matthiessen's sind folgende: 1. Von der Berechnung des absoluten Brechungsindex des Kerncentrums der Krystallinse aus den Dimensionen des Auges. Archiv für Ophthalmol. XXII 1876. — 2. Ueber den Aplanatismus der Hornhaut. Arch. f. Ophthalm. XXII 1876. — 3. Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. Leipzig 1877. — 4. Ueber eine Methode der Berechnung der sechs Cardinalpunkte eines centrirten Systems sphärischer Linsen. Zeitschrift für Mathem. und Phys. XXII 1877. — 5. Matth. und v. Zehender, Ueber die Brechungscoefficienten kataraktöser Linsensubstanz. Klin. Monatsschr. für Augenheilkunde 1877. — 6. Matthiessen, von Zehender und Jacobsen, Ueber die Brechungs-Coefficienten und die chemische Beschaffenheit kataraktöser Linsensubstanz. Klin. Monatschr. f. Augenheilkunde 1877. — 7. Die Differential-Gleichungen der Dioptrik der geschichteten Krystallinse. Pflüger's Archiv für die ges. Physiologie. XIX 1879. Hierin auch die Gesammtlitteratur der Dioptrik des Auges bis 1880. — 8. Ueber die geometrische Gestalt der theoretischen Retina des periskopischen schematischen Auges. Archiv für Ophthalmologie. XXV 1879. — 9. Untersuchungen über den Aplanatismus und die Periskopie der Krystallinsen in den Augen der Fische. Pflüger's Archiv. XXI 1880. — 10. Berechnung der Cardinalpunkte der geschichteten Krystallinse in Nagel, Anomalien der Refraction und Accomodation des Auges. 1880. — 11. Neue Untersuchungen über den Aplanatismus und die Periskopie der Krystallinse des Fischauges. Pflüger's Archiv. XXV 1881. — 12. Zur Integration der Differentialgleichungen in der Dioptrik der continuirlich geschichteten, kugelförmigen Krystallinse der Fische. Zeitschrift für Mathem. und Physik. XXVI 1821. — 13. Ueber die Beziehungen, welche zwischen dem Brechungsindex des Kerncentrums der Krystallinse und den Dimensionen des Auges bestehen. Pflüger's Archiv. XXVII 1882. — 14. Die zwanzig Cardinalpunkte des menschlichen Auges. Klinische Monatsschrift für Augenheilkunde 1882. — 15. Ueber die Form der unendlich dünnen astigmatischen Strahlenbündel und über die Kummer'schen Modelle. Sitzungsbericht der Math.-phys. Kl. der k. Bayr. Academie der Wiss. 1883. — 16. Ueber den schiefen Durchgang unendlich dünner Strahlenbündel durch die Krystallinse des Auges. 1883. — 17. Ueber die radiale Ausdehnung des Sehfeldes und die Allometropie des Auges bei indirectem Sehen. Archiv für Ophthalm. XX 1884. — 18. Die Brennlinien eines unendlich dünnen astigmatischen Strahlenbündels in einer krummen Oberfläche und das Strahlenconoid von Sturm und Kummer. Ibidem. — 19. Ueber den physikalisch-optischen Bau des Auges von Felis leo fem. Pflüger's Archiv. XXXV 1884. — 20. Allgemeine Formeln zur Bestimmung der Cardinalpunkte eines brechenden Systems combinirter sphärischer Flächen mittels Kettenbruch-Determinanten dargestellt. Zeitschrift für Math. und Physik. XXIX 1884.. — 21. Ueber Begriff und Auswerthung des sogenannten Totalindex der Krystallinse. Pflüger's Archiv. XXXVI 1885. — 22. Ueber den Strahlendurchgang durch coaxial continuirlich geschichtete Cylinder mit Beziehung auf den physikalisch-optischen Bau der Augen verschiedener Insecten. Exner's Repertorium Bd. XXII 1886.

[3]) Matthiessen, Dioptrik p. 210.

[4]) Berlin, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Pferde-Auges. Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde. I p. 17.

mungsradien bestimmt er ebenso wie die Oerter der in Betracht kommenden Flächen an gefrorenen Augen dadurch, dass er eine durchsichtige Hornplatte, in welche ein System concentrischer Ringe eingeritzt ist, auf das durchsägte Auge legt und diese Ringe mit den Krümmungen der Hornhaut und der Linsenfläche zur Deckung zu bringen sucht. Die nöthigen Brechungsexponenten bestimmte Prof. Becker in Heidelderg mit einem Refractometer. Koschel[1]) bestimmt ebenfalls die Krümmungsradien an gefrorenen oder in verdünnter Chromsäure resp. in absolutem Alkohol gehärteten Augen. Er legt das durchsägte Auge auf Pauspapier und zieht mit einem feinen Bleistift die Rundung der Cornea nach. Auf diese Weise stellt er von jeder Hälfte drei Bilder her und bestimmt an diesen theils durch geometrische Construction, theils durch Anpassung an ein concentrisches Ringsystem die Radien; aus den nur wenig von einander abweichenden Resultaten nimmt er das Mittel.

Von den angeführten Methoden gestattet nur die Chossat'sche eine genauere Untersuchung der Oberflächengestalt der Cornea. Beim Versuch der Anwendung derselben bieten sich aber nicht unbedeutende Schwierigkeiten; denn zunächst werden die Bilder überhaupt nicht besonders lichtstark und zweitens erhält man in Folge der spiegelnden Oberflächen sehr viel diffuses Licht, so dass beim Nachziehen der Umrisse der durch die Camera obscura erzeugten Bilder niemals hinreichende Genauigkeit zu erreichen ist.

Moennich[2]) giebt nun im Anschluss an die Chossat'sche Methode eine neue, welche die Vortheile derselben in sich schliesst und ihre Uebelstände vollständig beseitigt. Er nimmt von den zu untersuchenden Flächen Gypsabgüsse, zerlegt diese durch geeignete Schnitte und erzeugt mit Hülfe eines Sciopticons vergrösserte Bilder. Diese werden schärfer als die durch Camera obscura erzeugten; ferner verhindert die matte Fläche des Gypsabgusses jegliches Auftreten diffusen Lichtes. Nach dieser Methode, welche ausführlich in der citirten Abhandlung beschrieben ist, sind die im folgenden gegebenen Krümmungsradien der Cornea und der beiden Linsenflächen von Augen des Pferdes, des Schafes und des Schweines gemessen. Die Indices der brechenden Medien des Auges wurden mit Hülfe eines grossen Abbe'schen Refractometers bestimmt; die Dimensionen sind an gefrorenen Augen gemessen.

A. Die flüssigen Medien des Auges.

Nach der Structur des Glaskörpers ist die Annahme erklärlich, dass der Brechungsindex desselben grösser sei, als der des Kammerwassers, und in der That fanden die ersten Untersucher mit nur wenig Ausnahmen,[3]) recht bezeichnend für das Mangelhafte ihrer Methoden, Resultate, welche dieser Annahme entsprechen. Nachdem mit Hülfe des Abbe'schen Refractometers die Untersuchungen bedeutend erleichtert waren und zugleich einen bei weitem höheren Grad der Genauigkeit erhielten, liegen nun solche Menge nahe übereinstimmender Angaben über die Indices dieser beiden Augenmedien vor, dass wir berechtigt sind anzunehmen, bei allen Wirbelthieren sei der Brechungsindex des humor aqueus grösser als der des humor vitreus. Es finden sich wenigstens bei den neueren Unter-

---

[1]) Koschel, Ueber Form, Lage und Grössenverhältnisse der Orbita, des Bulbus und der Krystallinse unserer Hausthiere. Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde. II p. 68.

[2]) Moennich, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Rindsauges. Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde. Bd. II p. 2.

[3]) Eine solche Ausnahme und zwar die einzige, welche ich habe finden können, sind die Werthe, welche ein Unbekannter aus Brewster's Angaben für die Brechungsindices des humor aqueus und humor vitreus des Kabliau berechnet. Er findet Brechungsindex des humor aqueus $n = 1{,}341$, des humor vitreus $n = 1{,}340$. Sie sind wiedergegeben in Treviranus, l. c. p. 32.

suchern so wenig Abweichungen[1]) von dieser Regel, dass sie nicht in Betracht kommen können. Die geringe Differenz dieser beiden Indices aber berechtigt dazu, bei der Berechnung der Cardinalpunkte, der grösseren Einfachheit wegen, einen Mittelwerth aus beiden anzunehmen.

Um mit dem Abbe'schen Refractometer von verschiedenen Untersuchern gefundene Werthe zu vergleichen, ist es nöthig eine Constante eines jeden Instruments zu kennen. Als bequemstes Vergleichsmittel ist anzusehen der Index von Wasser bei einer bestimmten Temperatur. Es mögen daher zunächst die Werthe zusammengestellt werden, welche die Untersucher, deren Bestimmungen später werden herangezogen werden, hierfür geben. Es finden für ihre Apparate:

Fleischer, für Wasser von 15° C . . . n = 1,3340,
Matthiesen,[2] „ „ „ 12,5° C . . n = 1,3326,
Valentin,[3] „ „ „ 16°—18° C n = 1,3343.

Das für die folgende Untersuchung benutzte Instrument giebt für Wasser von 16° C; n = 1,3336. Matthiessen nimmt nach seinen zahlreichen Untersuchungen für die Säugethiere und Fische als Mittelwerth für den Brechungsindex des humor aqueus und des humor vitreus n = 1,3350 an. Es werden im folgenden die als das Mittel einer ganzen Reihe von Beobachtungen gefundenen Werthe mit den von anderen Untersuchern gegebenen zusammengestellt.

I. Index der flüssigen Medien des Pferdeauges.

	Ind. d. hum. aq.	Ind. d. hum. vit.
Fleischer	1,3364	1,3363,
Becker[4])	1,3364	1,3361,
Klingberg	1,3362	1,3356.

In den folgenden Berechnungen wird als gemeinschaftlicher Mittelwerth n = 1,3360 gesetzt werden.

II. Index der flüssigen Medien des Schafauges.

	Ind. d. hum. aq.	Ind. d. hum. vit.
Brewster[5])	—	n = 1,345,
Fleischer	n = 1,3365	n = 1,3362,
Klingberg	n = 1,3362	n = 1,3357.

Als gemeinsamer Mittelwerth für beide wird wiederum n = 1,3360 genommen werden.

III. Index der flüssigen Medien des Schweinsauges.

	Ind. d. hum. aq.	Ind. d. hum. vit.
Fleischer	n = 1,3369	n = 1,3360,
Klingberg	n = 1,3352	n = 1,3349.

Es sind also die von mir gefundenen Indices bedeutend niedriger als die von Fleischer. Der anfänglichen Annahme, dass der Brechungsindex deshalb niedriger sei, weil fast nur die Augen jüngerer

---

[1]) Solche Abweichungen sind: Fleicher l. c. Krähenauge, Index n des humor aqueus n = 1,3369 des hum. vit. n = 1,3370. Valentin. Unter seinen zahlreichen Untersuchungen finden sich nur folgende Ausnahmen: Auge einer weiblichen Angorakatze: hum. aq. n = 1,3364, hum. vit. n = 1,3371; einer jungen Taube: hum. aq. n = 1,3365, hum. vit. n = 1,3376; eines Frosches: hum. aq. n = 1,3383, hum. vit. n = 1,3398; einer Forelle: hum. aq. n = 1,3360, hum. vit. n = 1,3369.

[2]) Matthiessen, Dioptrik etc. p. 173.

[3]) Valentin, Einiges über Brechnungscoef. d. Harns p. 263.

[4]) Berlin, Phys.-opt. Bau des Pferdeauges p. 21.

[5]) Treviranus l. c. p. 32. Die Angabe bezieht sich auf das Auge eines Lammes.

Thiere zur Untersuchung vorlagen, widersprach die Angabe Valentin's,[1]) der an Embryonen des Menschen und des Huhnes gefunden, dass Kammerwasser und Glaskörper schon zu den frühesten Zeiten, in denen man sie überhaupt gesondert untersuchen kann, ihr bleibendes Brechungsverhältniss zeigen, auch fand ich bei weitergeführten Beobachtungen, dass die Augen älterer Thiere dasselbe Resultat ergaben. Als Mittelwerth für den Index der beiden Medien wird in den späteren Berechnungen n = 1,3350 angenommen werden.

B. Die Hornhaut.

Bei Anwendung der Moennich'schen Methode ist es oft sehr schwierig, den Gypsabguss, welcher der Gestalt der cornea entspricht, aus der zuerst gewonnenen Form herauszunehmen, und ein Ausbrechen des Randes der Form und in Folge dessen Unbrauchbarkeit derselben zu weiteren Abgüssen war anfangs des öfteren unvermeidlich. Dadurch dass die Form in Wasser gelegt wurde und so die Poren derselben sich mit Wasser füllten, wurde ein etwas leichteres Herausnehmen des Abgusses möglich. Noch besser bewährte sich später ein Auspinseln der ersteren mit flüssig gemachtem Fett, war dies geschehen, so liessen sich Form und Abguss ohne grosse Schwierigkeit von einander trennen. Die Untersuchung der Zeichnungen des Cornealmeridians, welche in 10facher linearer Vergrösserung angefertigt wurden, ist ebenfalls auf Curven zweiter Ordnung beschränkt worden. Es ergab sich sofort, dass sie als Ellipsen anzusehen sind. Die Bestimmung der Lage der grossen Achse geschah durch geometrische Construction. Es wurden die grosse Achse als x-Achse und der Scheitelpunkt der Ellipse als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems genommen und aus zwei für x und y gemessenen Werthen die Grösse der beiden Achsen der Ellipse mit Hülfe der Gleichung

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{2ax - x^2}$$

bestimmt. Darauf wurden für verschiedene Werthe der Abscissen x, mit Benutzung der für a und b gefundenen Werthe, die Ordinaten berechnet, um sie mit den gemessenen vergleichen zu können. Wir wollen die berechneten Ordinaten zum Unterschiede von den gemessenen stets mit η bezeichnen. In den nachfolgenden Tabellen für die Hornhautmeridiane sind die Werthe von x, η und y zusammengestellt. Die letzte Spalte enthält die Differenz der gemessenen und berechneten Werthe. Aus welchen Werthen a und b berechnet ist, ist daraus zu entsehen, dass bei dem entsprechenden η kein Werth angegeben ist.

a. Hornhaut des Pferdes.

Die Messungen wurden angestellt an 5 enucleirten Augen verschiedener Thiere. Die Augen I—IV gehörten älteren Thieren, Auge V einem 6jährigen an.

Tabelle 1. Horizontaler Meridian.

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
I.	1	—	5,85	—
	2	8,23	8,20	— 0,03
	3	10,02	9,95	— 0,07
	4	11,26	11,30	+ 0,04
	5	—	12,80	—
	6	13,94	13,95	+ 0,01

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
II.	1	—	5,83	—
	2	8,23	8,22	+ 0,01
	3	10,02	10,02	± 0,00
	4	—	11,50	—
	5	12,78	12,75	— 0,03
	6	13,92	13,90	+ 0,02
	7	14,94	14,83	— 0,11

[1]) Valentin, Fortges. Untersuchungen üb. d. Brechungsverhältnisse d. Thiergewebe. Pflüger's Arch. XX p. 311.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,72	—
	2	8,08	8,06	— 0,02
	3	9,87	9,86	— 0,01
III.	4	—	11,38	—
	5	12,70	12,70	± 0,00
	6	13,89	13,89	— 0,00
	7	14,97	15,01	+ 0,03
	8	15,98	16,07	+ 0,09

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	6,00	—
	2	8,42	8,42	± 0,00
	3	10,22	10,22	± 0,00
IV.	4	—	11,70	—
	5	12,97	12,98	± 0,01
	6	14,08	14,06	— 0,02
	7	15,07	15,03	— 0,12

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,55	—
	2	7,79	7,72	— 0,07
	3	9,48	9,52	+ 0,04
V.	4	10,86	10,92	+ 0,06
	5	—	12,05	—
	6	13,10	13,15	+ 0,05
	7	14,04	14,16	+ 0,12

Die Kleinheit der Werthe für y — η berechtigt dazu, den Horizontalmeridian der Hornhaut des Pferdes als eine Ellipse anzusehen, und es folgt aus der Tabelle 2, dass dieselbe Berechtigung für den verticalen Meridian besteht. Ebenso nun, wie Chossat und Moennich beim Rindsauge gefunden, fällt beim Auge des Pferdes der Scheitel der Cornea nicht mit dem Scheitel der Ellipse zusammen, es war demnach bei der Führung des Schnitts zur Herstellung des verticalen Meridians hierauf Rücksicht zu nehmen.

Versteht man unter Augenaxe die Senkrechte im Mittelpunkte derjenigen Hornhautsehne, welche die Pfalzpunkte verbindet, so war der Winkel ν, welchen die Augenaxe mit der grossen Axe der Ellipse bildete, im Mittel: $\nu = 5^0\ 32'$.

Tabelle 2. Verticalmeridian.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,8	—
	2	8,12	8,12	+ 0,01
I.	3	9,83	9,80	— 0,03
	4	11,22	11,18	— 0,04
	5	—	12,40	—
	6	13,43	13,35	— 0,08

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,80	—
	2	8,13	8,13	± 0,00
II.	3	9,87	9,87	— 0,00
	4	—	11,30	—
	5	12,52	12,53	+ 0,01

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,68	—
	2	7,97	7,95	— 0,02
III.	3	9,68	9,65	— 0,03
	4	11,09	11,06	— 0,03
	5	—	12,29	—
	6	13,35	13,40	+ 0,05

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
	1	—	5,99	—
	2	8,40	8,40	± 0,00
IV.	3	10,20	10,21	+ 0,01
	4	—	11,68	—
	5	12,94	12,95	+ 0,01

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
V.	1	—	5,45	—
	2	7,62	7,63	+ 0,01
	3	9,23	9,25	+ 0,02
	4	10,53	10,50	— 0,03
	5	—	11,63	—
	6	12,59	12,62	+ 0,03

Werden die beiden Axen der Ellipse mit a und b, der Krümmungsradius im Scheitel mit ρ bezeichn und diese Grössen, je nachdem sie dem horizontalen oder verticalen Meridian angehören durch d zugefügten Index h oder v unterscheiden, so ergeben sich folgende zwei Tabellen, in welchen ρ a $\rho = \frac{b^2}{a}$ berechnet ist, und deren letzte Spalte das Verhältniss der beiden Achsen enthält.

Tabelle 3.

Auge	a_h	b_h	ρ_h	a_h/b_h
	mm	mm	mm	
I.	47,54	28,64	17,29	1,66
II.	44,75	27,83	17,31	1,61
III.	143,88	48,60	16,42	2,96
IV.	30,88	23,77	18.30	1,30
V.	35,46	23.54	15,62	1,51

Auffällig ist in dieser Tabelle das von den übrigen abweichende Axenverhältniss des Auges III, es ergiebt sich für dieses 2,96, während die übrigen, einander sehr nahe liegenden, Verhältnisse im Mittel nur 1,52 ergeben. Während Moennich beim Rindsauge für dieses Verhältniss zum Werthe 1,225, also einem Werthe, der dem für das menschliche Auge von 1,198 gefundenen sehr nahe kommt, gelangt, findet sich beim Pferde hierfür ein bedeutend grösserer Werth. Ein geringeres Axenverhältniss ergiebt sich, wie aus Tabelle 4 ersichtlich ist, für den verticalen Meridian. Der Krümmungsradius wird später bei der Berechnung $\rho h = 17,33$ als das Mittel der Radien der ersten 4 Augen gesetzt werden, weil die übrigen Messungen sämmtlich an Augen älterer Thiere angestellt sind.

Tabelle 4.

Auge	a_v	b_v	ρ_v	a_v/b_v
	mm	mm	mm	
I.	23,83	20,22	17,18	1,18
II.	29,88	22,61	17,11	1,32
III.	31,92	22,87	16,39	1,40
IV.	30,83	23,71	18,24	1,30
V.	22,91	18,65	15,18	1,23

Als Mittelwerth für ρ folgt aus den Werthen I—IV: $\rho v = 17,23$ mm. Wenn die Differenzen der Krümmungsradien im Scheitel gebildet werden, so ergiebt sich:

Tabelle 5.

Auge	ρ_h	ρ_v	$\rho_h - \rho_v$
	mm	mm	mm
I.	17,29	17,18	0,11
II.	17,31	17,11	0,20
III.	16,42	16,39	0,03
IV.	18,30	18,24	0,06
V.	15,62	15,18	0,44

Es liegt also eine gleichmässige Hornhautasymmetrie vor und zwar ist die Krümmung des verticalen Meridians die stärkere. Diese Asymmetrie ist aber sehr gering und weicht beträchtlich von derjenigen ab, die Berlin findet, bei welchem die Differenz der beiden Radien

$$\rho_h - \rho_v = 19{,}5 - 17{,}0 = 2{,}5 \text{ mm}$$

ist, während aus obiger Tabelle für das Auge V des sechsjährigen Thieres (Berlin hatte ein gleichaltriges) nur 0,44 mm folgt.

Um die Hornhaut-Asymmetrie in einem Zahlenausdruck angeben zu können, ist noch die Kenntniss der Dicke der Hornhaut und des Brechungsindex derselben nothwendig. Die Bestimmung der ersteren ist nach demselben Verfahren vorgenommen, welches Moennich[1]) beim Rindsauge angewendet hat. Sie wurde zu $d = 1$ bei älteren Thieren und bei dem sechsjährigen zu $d = 0{,}8$ mm gefunden, und zwar überall gleich. Um den Brechungsindex der Hornhaut zu bestimmen, wurde mit einem Messer ein dünner Streifen von derselben abgenommen, auf das feste Prisma des Refractometers gelegt, mit dem losen gehörig auseinandergerieben und schnell beobachtet. Die Ablöschungsgrenze war dann scharf genug, um eine genaue Einstellung zu ermöglichen. Als Mittelwerth der Messungen an fünf verschiedenen Augen ergab sich der Brechungsindex $n = 1{,}3786$.

Für den Brechungsindex der flüssigen Augenmedien war gefunden $n = 1{,}3360$.

Der Radius der vorderen Hornhautfläche war im Mittel $\rho = 17{,}33$, und da die Hornhaut überall gleich dick gefunden ist und zwar $d = 1$ mm, so ist der Radius der hinteren Hornhaut-Fläche $\rho_0 = 16{,}33$ mm zu setzen.

Bezeichnen wir nun mit n_1 den Brechungsindex der Hornhaut, mit n_2 den relativen Index der Hornhaut zum Kammerwasser, mit f_1 und φ_1 die Brennweiten der vorderen, und f_2 und φ_2 die der hinteren Fläche, so gelten die Formeln:[2])

$$f_1 = \frac{-\rho}{n_1 - 1};\quad \varphi_1 = \frac{n_1\rho}{n_1 - 1};\quad f_2 = \frac{-\rho_0}{n_2 - 1};\quad \varphi_2 = \frac{n_2\rho_0}{n_2 - 1},$$

und für die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_2 - \varphi_1 + d};\quad \varphi = \frac{-\varphi_1\varphi_2}{f_2 - \varphi_1 + d};\quad -a_1 = \frac{f_1 d}{f_2 - \varphi_1 + d};\quad -a_2 = \frac{\varphi_2 d}{f_2 - \varphi_1 + d}.$$

In diesen Formeln ist zu setzen:

$$\rho = 17{,}33,\quad \rho_0 = 16{,}33,\quad n_1 = 1{,}3786,\quad n_2 = 0{,}9691,\quad d = 1.$$

Es ergeben sich dann:

$$f_1 = -45{,}774;\quad \varphi_1 = 63{,}104;\quad f_2 = 528{,}481;\quad \varphi_2 = -512{,}148.$$

Hieraus folgen für die beiden Hauptbrennweiten f_h und φ_h die Werthe:

$$f_h = -51{,}869;\quad \varphi_h = 69{,}297,$$

und ferner für die beiden Hauptpunktsdistanzen:

$$-a_1 = -0{,}0981;\quad a_2 = 1{,}0981,$$

d. h. die beiden Hauptebenen coincidiren 0,0981 mm vor der Hornhaut.

Für die Oerter der beiden Brennpunkte ergeben sich demnach die Werthe:

$$F_h = -51{,}967;\quad \Phi_h = 69{,}199.$$

Um dieselbe Berechnung für den verticalen Meridian zu führen, haben wir zu setzen:

$$\rho = 17{,}24,\quad \rho_0 = 16{,}24,\quad n_1 = 1{,}3786,\quad n_2 = 0{,}9691.$$

---

[1]) Moennich l. c. pg. 8.

[2]) Matthiessen, Dioptrik § 35.

Wir finden: $f_1 = -45{,}536$; $\varphi_1 = 62{,}776$; $f_2 = 525{,}566$; $\varphi_2 = -509{,}326$.
Hieraus ergeben sich weiter für die beiden Hauptbrennweiten und die beiden Hauptpunktsdistanzen

$$f_v = -51{,}601;\quad \varphi_v = 68{,}939;\quad -a_1 = -0{,}0982;\quad a_2 = 1{,}0982,$$

es coincidiren demnach die beiden Hauptebenen für den verticalen Meridian in einem Punkte, der 0,0982 mm vor der Hornhaut liegt, d. h. sie fallen zusammen mit den Hauptebenen für den horizontalen Schnitt.

Die Oerter der Hauptbrennpunkte werden:

$$F_v = -51{,}699;\quad \Phi_v = 68{,}841.$$

Knapp bestimmt die Grösse der Hornhautasymmetrie dadurch, dass er sich die Netzhaut verlegt denkt in den Brennpunkt des horizontalen Meridians, zu diesem Punkte bestimmt er den dem verticalen Meridian angehörigen conjugirten Punkt fx, welcher also zu vergleichen ist mit dem Fernpunkt für den verticalen Meridian, mit Hülfe der bekannten Gleichung

$$\frac{f}{x_0} + \frac{\varphi}{x_1} = 1.$$

Es wird dann $\frac{fv}{fx} + \frac{\varphi v}{\varphi h} = 1$ und hieraus $fx = \frac{\varphi hfv}{\varphi h - \varphi v}$.

Dies ergiebt als Maass für die Asymmetrie

$$fx = -9988{,}31 \text{ mm}.$$

Um die Grösse der Asymmetrie in Dioptrien auszudrücken, ist es nöthig, vorher zu bestimmen, was wir unter Astigmatismus von einer Dioptrie verstehen wollen. Wir sagen der Astigmatismus beträgt eine Dioptrie, wenn der hintere Brennpunkt, welcher für den verticalen Schnitt gefunden ist, durch eine im vorderen Brennpunkte angebrachte Linse von 1 m Brennweite in den Brennpunkt des Schnittes verlegt wird.

Berlin[1]) berechnet den Astigmatismus in Dioptrien, indem er einen Astigmatismus von einer Dioptrie dann als vorhanden angiebt, wenn der Brennpunkt des verticalen Meridians dadurch in den den des horizontalen verschoben wird, dass das System um eine unendlich nahe brechende Fläche von 1 m Brennweite vermehrt wird. Er berechnet demnach die Dioptrie nach dem Satze, dass die reciproke Hauptbrennweite eines Systems gleich der Summe der reciproken Partialbrennweiten ist, also nach der Formel:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \cdots\cdots \frac{1}{fn}.$$

Dagegen wollen wir von der Brennpunktscoordinatenformel[2])

$$\xi_0 \cdot \xi_1 = f\varphi$$

ausgehen, wo $\xi_1 = \varphi_h - \varphi_v = +0{,}358$; $f = f_v$; $\varphi = \varphi_v$ zu setzen ist, es folgt $\xi_0 = -9936{,}7$, oder kürzer hätten wir finden können, da wir f_x schon berechnet haben,

$$\xi_0 = f_x - f_v = -9988{,}3 - (-51{,}6) = -9936{,}7 \text{ mm}.$$

Es ist demnach der Astigmatismus der Hornhaut, in Dioptrien ausgedrückt, zu setzen gleich 0,1 D.

Man ist jedenfalls zu sagen berechtigt, dass eine so geringe Asymmetrie nicht in Betracht kommt.

Es war nun aber bei dem Auge des jüngeren 6jährigen Thieres eine verhältnissmässig grössere Differenz zwischen den beiden Krümmungsradien der Hornhaut gefunden worden, es ist daher von Werth zu sehen, wie gross der Astigmatismus der Hornhaut in diesem Falle ist.

---

[1]) Berlin l. c. p. 30.

[2]) Matthiessen, Dioptrik § 4.

Wir haben für den horizontalen Hornhautmeridian dieses Auges zu setzen:

$$r_1 = 15{,}62;\quad r_2 = 14{,}82;\quad n_1 = 1{,}3786;\quad n_2 = 0{,}9691.$$
$$d = 0{,}8.$$

Mit Hülfe der obigen Formel erhalten wir dann:

$$f_1 = -\,41{,}257,\quad \varphi_1 = 56{,}877;\quad f_2 = 479{,}612;\quad \varphi_2 = -\,464{,}791.$$

Daraus folgen für die beiden Hauptbrennweiten und die beiden Hauptpunktsdistanzen die Werthe:

$$f_h = -\,46{,}721;\quad \varphi_h = 62{,}418;\quad -\,a_1 = -\,0{,}0799;\quad a_2 = 0{,}8779.$$

Es fallen demnach die beiden Hauptpunkte in einen Punkt, der 0,0799 mm vor der Hornhaut liegt, zusammen.

Als Oerter der Brennpunkte ergeben sich:

$$F_h = -\,46{,}799,\quad \Phi_h = 62{,}340.$$

Für den verticalen Cornealmeridian haben wir zu setzen:

$$r_1 = 15{,}18;\quad r_2 = 14{,}38;\quad n_1 = 1{,}3786;\quad n_2 = 0{,}9691.$$

Die beiden Hauptpunkte fallen in einen Punkt zusammen, der 0,0781 mm vor der Hornhaut liegt. Man kann demnach auch hier wieder sagen, dass die beiden Hauptebenen für den horizontalen und verticalen Meridian coincidiren.

Für die Oerter der beiden Hauptbrennpunkte ergeben sich:

$$F_v = -\,45{,}489,\quad \Phi_v = 60{,}591.$$

Es wird weiter für dieses Auge

$$f_x = \frac{62{,}418 \cdot 45{,}411}{1{,}749} = 1620{,}6 \text{ mm}$$

$$\text{und } \xi_v = -\,1575{,}2 \text{ mm},$$

d. h. der Astigmatismus ist in Dioptrien ausgedrückt gleich 0,635 D.

Wir finden demnach bei dem jüngeren Thiere einen ungleich höheren Grad des Astigmatimus.

Wegen der geringen Differenz der Krümmungsradien und der nahen Uebereinstimmung entsprechender Ordinaten des horizontalen und vertikalen Meridians, ferner wegen des geringen Grades des Astigmatismus, ist man berechtigt die Hornhautoberfläche des Pferdeauges als Segment eines oblongen Rotationsellipsoids anzusehen.

Matthiessen[1]) hat nun gezeigt, dass die für die Homocentricität eines Strahlenbündels aufzustellenden Bedingungsgleichungen eine Eigenschaft der Rotationsoberflächen zweiter Ordnung darstellen, und dass alle in einen Meridionalschnitt einfallenden homocentrisch gebrochenen Lichtstrahlen gegen den Focus der Ellipse convergiren. Ferner zeigt er, dass die Lage der Krystallinse derartig ist, dass diese Strahlen das Kerncentrum derselben passiren. Aus den für die Ellipse des Horizontalmeridians gefundenen Axen ergiebt sich als angenähertes Mittel $a = 40$ mm, $b = 25$ mm, daraus würde der Ort des Focus nahezu $f = 10$ mm folgen; für die Ellipse des Verticalmeridians ist ebenso $a = 25$ mm, $b = 20$ mm, Ort des Focus wieder $f = 10$ mm. Für die Oerter der Linsenflächen sind gefunden:

Ort der vorderen Linsenfläche 7,2 mm,
„ „ hinteren „ 20,4 mm.

Die Lage der Linse ist demnach derartig, dass der Brennpunkt des Rotationsellipsoids in sie hineinfällt. Zu eingehenderen Untersuchungen hierüber fehlt den vorliegenden Bestimmungen noch der nöthige Grad der Genauigkeit, namentlich haben alle bisherigen Beobachtungen, über den Ort der Linsenscheitel zu völlig verschiedenen Resultaten geführt.

[1]) Matthiessen, Die Differenzialgleichungen d. Dioptrik d. geschicht. Krystallinse. Pflüger's Archiv. Bd. XX.

b. Hornhaut des Schafes.

Es sind Untersuchungen an vier Augen älterer Thiere (Auge I—IV) und an dem Auge eines Lammes (Auge V) angestellt und enthält die folgende Tabelle die für die angegebenen Abscissen x berechneten und gemessenen Ordinaten.

Tabelle 6. Horizontaler Meridian.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
I.	1	—	4,60	—
	2	6,43	6,43	± 0,00
	4	8,86	8,84	— 0,02
	5	—	9,77	—
	7	11,24	11,35	+ 0,11

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
II.	1	—	4,47	—
	2	6,21	6,22	+ 0,01
	3	7,47	7,43	— 0,04
	4	8,48	8,45	— 0,03
	5	—	9,30	—
	6	9,99	9,98	— 0,01
	7	10,57	10,77	+ 0,20

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
III.	1	—	4,45	—
	2	6,20	6,15	— 0,05
	3	7,47	7,42	— 0,05
	4	8,49	8,45	— 0,04
	5	—	9,34	—
	6	10,06	10,14	+ 0,08

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
IV.	1	—	4,45	—
	2	6,24	6,25	+ 0,01
	3	7,57	7,55	— 0,02
	4	8,67	8,65	— 0,02
	5	—	9,60	—
	6	10,42	10,46	+ 0,04
	7	11,15	11,35	+ 0,20

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
V.	0,5	2,90	2,89	— 0,01
	1	—	4,06	—
	2	5,62	5,58	— 0,04
	3	—	6,74	—
	4	7,61	7,60	— 0,01
	5	8,31	8,55	+ 0,24

Aus der Kleinheit von y — η folgt wiederum, dass der horizontale Hornhautmeridian des Schafauges als eine Ellipse angesehen werden kann. Aus der Tabelle 7 ergiebt sich dasselbe für den vertikalen Meridian.

Tabelle 7.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
I.	1	—	4,60	—
	2	6,43	6,43	± 0,00
	3	7,78	7,80	+ 0,02
	4	—	8,88	—

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
II.	1	—	4,47	—
	2	6,20	6,13	— 0,07
	3	—	7,43	—
	4	8,39	8,50	— 0,04

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
III.	1	—	4,44	—
	2	6,17	6,15	— 0,02
	3	—	7,43	—
	4	8,43	8,50	+ 0,07

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
IV.	1	—	4,45	—
	2	6,23	6,25	+ 0,02
	3	7,55	7,56	+ 0,01
	4	—	8,62	—

Auge	x	η	y	$y-\eta$
	mm	mm	mm	mm
V.	0,5	—	2,85	—
	1	4,01	4,01	— 0,00
	2	—	5,62	—
	3	6,82	6,95	+ 0,13

Auch beim Schafauge fallen Augenaxe und grosse Axe der Ellipse nicht zusammen, worauf beim Durchschneiden der Gypsabgüsse Rücksicht genommen werden musste. Der Winkel ν ergab sich hier im Mittel zu:

$$\nu = 7^0\ 5'.$$

Bei denselben Bezeichnungen wie in Tabelle 3 ergiebt sich:

Tabelle 8.

Auge	a_h	b_h	ρ_h	a_h/b_h
	mm	mm	mm	
I.	20,95	15,07	10,84	1,39
II.	15,39	12,61	10,33	1,22
III.	17,31	13,29	10,20	1,30
IV.	29,40	17,21	10,07	1,71
V.	12,79	10,47	8,58	1,22

Aus den Werthen für das Auge V ist ersichtlich, dass beim Lamm schon dasselbe Axenverhältniss vorhanden ist, wie beim erwachsenen Thier. Als Mittel aus den Werthen a_h/b_h ergiebt sich $a_h/b_h = 1{,}37$, ein kleinerer Werth, als für denselben Quotienten beim Auge des Pferdes, aber immer noch grösser als beim Auge des Menschen. Die Ellipse, welche der Horizontalmeridian des Auges des Schafes bildet, ist demnach weniger gestreckt, als dieselbe beim Auge des Pferdes, dagegen mehr gestreckt, als beim Auge des Menschen. Fast dasselbe Axenverhältniss, wie beim horizontalen Meridian, findet sich auch beim vertikalen, wie aus Tabelle 9 ersichtlich ist:

Tabelle 9.

Auge	a_v	b_v	ρ_v	$a_v : b_v$
	mm	mm	mm	
I.	22,45	15,59	10,82	1,44
II.	13,15	11,69	10,39	1,13
III.	15,53	12,57	10,18	1,23
IV.	24,73	15,81	10,11	1,56
V.	27,16	14,92	8,20	1,82

Als Mittel für $a_v : b_v$ ergiebt sich: $\frac{a_v}{b_v} = 1{,}43.$

Die Differenzen der Krümmungsradien sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Tabelle 10.

Auge	ρ_h	ρ_v	$\rho_h - \rho_v$
	mm	mm	mm
I.	10,84	10,82	+ 0,02
II.	10,33	10,39	— 0 06
III.	10,20	10,18	+ 0,02
IV.	10,07	10,11	— 0,04
V.	8,58	8,20	+ 0,38

Es ist also ein gleichmässiger Hornhautastigmatismus beim Schafe nicht gefunden worden. Die Differenzen der Radien betragen nur hundertel Millimeter, mit der alleinigen Ausnahme des Lammauges (V).

Bei diesem findet sich die verhältnissmässig grosse Differenz $\rho_h - \rho_v = 0{,}38$ mm, es ist also unzweifelhaft Astigmatismus vorhanden, es mag daher die Grösse desselben in Dioptrien berechnet werden. Bei der Hornhaut des Pferdes coincidirten die Hauptpunkte derselben annähernd 0,1 mm vor dem Scheitel. Da die Corneadicke beim Lamm sicherlich noch geringer sein wird als beim Pferde, kann ohne Bedenken die Cornea als unendlich dünne brechende Fläche angesehen werden. Wird wieder durch den hinzugefügten Index h oder v die Zugehörigkeit der betreffenden Grössen zum horizontalen oder vertikalen Meridian bezeichnet, so ist

$$f_h = \frac{-\rho_h}{n-1};\quad \varphi_h = \frac{n\rho_h}{n-1};\qquad f_v = \frac{-\rho_v}{n-1};\quad \varphi_v = \frac{n\rho_v}{n-1},$$

in welchen Formeln $\rho_h = 8{,}58$; $\rho_v = 8{,}20$ und $n = 1{,}3360$ zu setzen ist. Dann werden:

$$f_h = -25{,}536;\ \varphi_h = 34{,}116;\quad f_v = -24{,}405;\ \varphi_v = 32{,}605.$$

Hieraus folgt der Knapp'sche Ausdruck für die Grösse der Asymmetrie:

$$f_x = \frac{-34{,}116.\ 24{,}405}{1{,}432} = -551{,}02 \text{ mm}$$

und ferner aus der Brennpunktscoordinatenformel

$$\xi_0\,\xi_1 = f\varphi,\quad \xi_0 = -558{,}38 \text{ mm},$$

also der Grad des Astigmatismus der Hornhaut des Lammes ist in Dioptrien ausgedrückt

$$= 1{,}830 \text{ D}.$$

Als den, bei den späteren Berechnungen anzuwendenden Krümmungsradius, wird das Mittel der Radien sowohl des horizontalen, als vertikalen Meridians der ersten vier Augen genommen werden,

also $r = 10{,}37$ mm.

Für den horizontalen Schnitt ergeben sich die Axen der Augen der älteren Thiere im Mittel zu:

$$a = 20{,}77,\quad b = 14{,}55 \text{ mm}.$$

Daraus folgt für den Ort des Brennpunktes der Ellipse annähernd:

$$f_h = 6 \text{ mm},$$

für den vertikalen Meridian werden:

$$a = 18{,}96;\ b = 13{,}66 \text{ mm};$$

als Ort des Brennpunktes ergiebt sich angenähert:

$$f_v = 6 \text{ mm}.$$

Für die Oerter der beiden Linsenflächen fand ich beziehungsweise 4,1 und 14,1 mm. Es liegt also die Linse, wie vom Matthiessen'schen Theorem gefordert wird, im Brennpunkt des Rotationsellipsoids. Genauere Untersuchungen sind aus demselben Grunde wie bei der Hornhaut des Pferdes auch hier nicht angestellt.

c. Hornhaut des Schweines.

In den beiden folgenden Tabellen sind die Resultate der Bestimmungen an 5 Schweinsaugen enthalten, es waren sämmtlich Augen jüngerer Thiere. Auge IV und V (von letzterem ist nur der horizontale Meridian untersucht, weil die Form durch einen Zufall zerbrach, bevor der zweite secundäre Abguss genommen war) sind anscheinend die Augen einer anderen Race, es weichen wenigstens die Axen der Ellipsen auffällig von den anderen ab und stimmen unter sich sehr gut überein. Bei der Bestimmung der Dimensionen der verschiedenen Augen war eine Verschiedenheit nicht zu constatiren.

Tabelle 11.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
I.	0,5	2,78	2,80	+ 0,02
	1	—	3,90	—
	2	5,44	5,44	± 0,00
	3	—	6,57	—
	4	7,48	7,78	+ 0,30
	5	8,24	8,25	+ 0,01

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
II.	0,5	2,74	2,75	+ 0,01
	1	—	3,86	—
	1,5	4,70	4,73	+ 0,03
	2	5,40	5,43	+ 0,03
	2,5	—	6,00	—
	3	6,53	6,55	+ 0,02
	4	7,46	7,42	— 0,04

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
III.	0,5	2,77	2,80	+ 0,03
	1	—	3,89	—
	1,5	4,73	4,73	± 0,00
	2	5,43	5,43	— 0,00
	2,5	—	6,03	—
	3	6,56	6,55	— 0,01
	4	7,47	7,45	— 0,02

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
IV.	0,5	—	2,95	—
	1	4,11	4,05	— 0,06
	2	5,63	5,60	— 0,03
	3	—	6,66	—
	4	7,41	7,55	+ 0,14

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
V.	0,5	2,94	2,95	— 0,01
	1	—	4,10	—
	1,5	4,95	4,97	+ 0,02
	2	5,64	5,63	— 0,01
	2,5	—	6,22	—
	3	6,71	6,65	— 0,06
	4	7,51	7,60	+ 0,09

Die Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Werthen sind demnach auch hier so gering, dass wir berechtigt sind, den Horizontalmeridian des Auges des Schweines als Ellipse anzusehen. Für den Vertikalmeridian ergiebt sich: Tabelle 12.

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
I.	0,5	2,78	2,82	+ 0,04
	1	—	3,91	—
	2	5,48	5,49	+ 0,01
	3	—	6,65	—

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
II.	0,5	2,74	2,75	+ 0,01
	1	—	3,86	—
	1,5	4,70	4,73	+ 0,03
	2	5,40	5,44	+ 0,04
	2,5	—	6,00	—

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
III.	0,5	2,82	2,80	— 0,02
	1	—	3,95	—
	1,5	4,79	4,75	— 0,04
	2	—	5,47	—
	2,5	6,05	6,05	+ 0,00

Auge	x	η	y	y — η
	mm	mm	mm	mm
IV.	0,5	—	2,96	—
	1	4,14	4,07	— 0,07
	1,5	5,02	4,97	— 0,05
	2	—	5,73	—
	2,5	6,33	6,37	+ 0,04

Der Winkel ν, welchen die Augenaxe mit der grossen Axe der Ellipse des horizontalen Meridians bildete, war auch hier nicht unbeträchtlich, er war im Mittel $\nu = 6^0\ 46'$. Die beiden folgenden Tabellen enthalten die Werthe der Axen und der Krümmungsradien beider Meridiane.

Tabelle 13.

Auge	a_h	b_h	ρ_h	a_h/b_h
	mm	mm	mm	
I.	19,01	12,19	7,81	1,56
II.	22,86	13,20	7,62	1,73
III.	19,81	12,40	7,76	1,60
IV.	8,55	8,76	8,96	0,98
V.	9,95	9,38	8,85	1,06

Tabelle 14.

Auge	a_v	b_v	ρ_v	a_v/b_v
	mm	mm	mm	
I.	28,43	14,87	7,78	1,91
II.	22,86	13,20	7,62	1,73
III.	12,64	10,13	8,12	1,25
IV.	12,12	10,41	8,95	1,16

Auge IV und V zeigen in Bezug auf den horizontalen Meridian ganz besondere Axenverhältnisse, bei beiden nähert sich die Hornhautkrümmung sehr einem Kreise, namentlich gilt dies vom Auge IV, bei dem auffälligerweise grosse und kleine Axe ihre Lage gewechselt haben. Es wird von diesen beiden Augen, da nicht genug Material vorlag, sie gesondert betrachten zu können, bei den weiteren Untersuchungen abgesehen werden.

Als mittleres Axenverhältniss ergiebt sich sowohl für den horizontalen, als für den vertikalen Meridian $a/b = 1,63$, es übertrifft dieses demnach noch das Axenverhältniss des Horizontalmeridians der Cornea des Pferdes.

In zwei Fällen ist der Radius des horizontalen, in einem der des vertikalen Meridians als der grössere von beiden gefunden. Ein gleichmässiger Astigmatismus ist also nicht vorhanden.

Der Ort des Brennpunktes des Rotationsellipsoides, welches der Hornhautoberfläche entspricht, ist angenähert 4,4 mm, die Oerter der Linsenscheitel sind beziehungsweise 3,4 mm und 11,0 mm, die Linse hat also die vom Matthiessen'schen Theorem geforderte Lage.

Betrachten wir weiter die gefundenen Resultate, so ist zunächst constatirt, dass der Horizontalmeridian, sowie der Vertikalmeridian der untersuchten Augen angenähert eine Ellipse darstellen. Da für den Scheitel der Ellipse $\rho = \frac{[b^4 + y^2\ (a^2 - b^2)]^{3/2}}{ab^4}$ ist und da $a^2 - b^2$ positiv ist, wächst ρ mit wachsendem y, also der Krümmungsradius ist im Scheitel am kleinsten. Es muss daher bei der Bestimmung der Krümmungsradien durch Anpassung dieser stets grösser gefunden werden, als der durch Moennich's Methode gefundene, mag der Untersucher sich auch auf ein noch so geringes Stück der Oberfläche bei der Anpassung beschränken.

Berechnen wir zum Beispiel den Krümmungsradius des Horizontalmeridans des Auges des sechsjährigen Pferdes für x = 1 mm, so sind für diesen die Axen: a = 35,46 mm, b = 32,54 mm und die der Abscisse x = 1 entsprechende Ordinate ist y = 5,55. Für diesen Punkt wird $\rho = 17,31$ mm, für den Scheitel dagegen war $\rho = 15,62$ gefunden. Also diese verhältnissmässig geringe Entfernung

vom Scheitel bewirkt schon ein Wachsen des Krümmungsradius um 1,65 mm. Da nun andere Bestimmungen von Krümmungsradien der Augen unserer Hausthiere, als durch Anpassung, bis jetzt nur von Koschel vorliegen, dessen, an Zeichnungen in natürlicher Grösse durch geometrische Construction gewonnenen, Radien aber dieselbe Abweichung zeigen müssen, da er die erforderlichen Sehnen dem Scheitel nicht nahe genug ziehen kann, so müssten demnach die hier gegebenen Radien die kleinsten sein. Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der über die untersuchten Augen vorliegenden Beobachtungen.

Der Krümmungsradius der Hornhaut des Schafes, welchen Treviranus giebt, ist von der inneren Hauthornfläche genommen. Sind die Radien für den vertikalen Meridian nicht besonders angegeben, so liegt von dem betreffenden Beobachter nur eine Angabe vor.

Tabelle 15.

		Soemmer.	Treviran.	Matthies.	Berlin	Koschel	Klingberg
		mm	mm	mm	mm	mm	mm
Altes Pferd	hor.	16,4	—	19,75	—	18,75	17,33
	vert.		—		—	16,60	17,24
Junges Pferd	hor.	—	—	—	19,5	—	15,63
	vert.	—	—	—	17,0	—	15,18
Schaf	hor.	—	14,4	12,7	—	12,75	10,37
	vert.	—			—	12,4	
Schwein	hor.	—	—	9,5	—	11,0	8,16
	vert.	—	—		—	10,6	

Nur für die Hornhaut des Pferdes sind zwei Radien, die von Soemmering und Koschel, bei letzterem auch nur der für den vertikalen Meridian gegebene, die kleineren. Hierbei ist aber in Betracht zu ziehen, dass beide das Alter der untersuchten Thiere nichtangeben, es also leicht möglich ist, dass sie die Augen jüngerer Pferde untersucht haben.

Gleichmässiger Hornhautastigmatismus ist nur beim Auge des Pferdes constatirt worden; es ist aber beachtenswerth, dass der Radius derjenigen Krümmung der grössere ist, welche mit der Richtung des Pupillenspaltes zusammenfällt, denn es liegt hierin eine weitere Bestätigung der Vermuthung Wolfskehls,[1]) dass die spaltförmige Pupille zur Correction des Hornhautastigmatismus diene.

Beim Schaf allerdings ist die grössere Krümmung bald gleichlaufend mit der Pupillenspalte, bald senkrecht zu dieser gefunden worden, wie es Wolfskehl auch beim Kalbsauge fand. Die Differenzen der Radien sind aber verhältnissmässig gering, und dort wo eine grössere Abweichung vorhanden ist, wie beim Auge des Lammes, spricht diese für die von Wolfskehl vermuthete Beziehung.

Die Dicke der Cornea ist von Koschel an gefrorenen Augen direct gemessen, und findet er bei allen Hausthieren, wie auch Treviranus beim Rinde, die Mitte dicker, als am Rande. Da es schwierig ist, an gefrorenen Augen Kammerwasser und Cornea sicher zu unterscheiden, ist dieselbe ebenfalls nach Moennich's Methode bestimmt worden. Eine Aenderung derselben vom Scheitel bis zum Rande ist hierbei nicht gefunden, und es war für das ältere Pferd $d = 1{,}0$ mm, für das 6jährige $d = 0{,}8$ mm; Schaf: $d = 0{,}7$ mm, Schwein: $d = 0{,}8$ mm.

Werden mit S_h und S_v die Sehnen des horizontalen resp. vertikalen Meridians bezeichnet, so sind die für diese gefundenen Werthe in Zusammenstellung mit den von anderen gefundenen folgende:

[1]) Wolfskehl, Ueber Astigmatismus in Thieraugen und die Bedeutung der spaltförmigen Pupille. Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde 1882.

Tabelle 16.

	Pferd		Schaf		Schwein		Lamm	
	S_h	S_v	S_h	S_v	S_h	S_v	S_h	S_v
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Soemmering	25,875	—	—	—	—	—	—	—
Treviranus	—	—	24,3	—	—	—	—	—
Koschel	33,10	25,8	22,4	15,4	17,7	14,7	—	—
Klingberg	35,00	28,75	23,70	18,20	15,74	13,30	18,50	14,00

Daraus ergiebt sich für das Verhältniss von $S_h : S_v$

	Pferd	Schaf	Schwein	Lamm
Koschel	1 : 1,28	1 : 1,45	1 : 1,20	—
Klingberg	1 : 1,22	1 : 1,30	1 : 1,18	1 : 1,32.

Es findet sich also beim Auge des Lammes dasselbe Verhältniss wie beim erwachsenen Thiere.

C. Die Krystallinse.

Es war natürlich, dass die Linse am meisten das Interesse der Forscher erregte; hat sie doch von allen Theilen des Auges die für den optischen Apparat wichtigste Function und ist doch ausserdem ihre Gestaltung und Zusammenstellung voll des Besonderen. Um so auffälliger ist es, dass so lange Zeit hindurch die Kenntnisse über dieselbe so gering waren, dass sogar die Annahme, die Linse liege in der Mitte des Augapfels bis auf Petit Geltung haben konnte. Erst dieser[1]) bestimmt genauer die Lage derselben. Er[2]) findet auch, dass bei allen Thieren die Krystallinse mit den Jahren an Dichtigkeit zunimmt und bestätigt die Anordnung derselben in Schichten, welche schon früher an getrockneten Linsen erkannt war. Porterfield[3]) schliesst hieraus bereits auf den Aplanatismus derselben. Auch das Accommodations-Vermögen wird von Pemberton[4]) schon durch Formveränderungen der Linse erklärt, um allerdings bald darauf und lange Zeit hindurch auf alle möglichen anderen Arten erklärt zu werden. Auch die Existenz der Linsenkapsel[5]) wird um diese Zeit nachgewiesen. Was die äussere Gestalt der Linse anlangt, so findet Petit[6]) die Vorderfläche derselben nie so erhaben, als die Hinterfläche, bei Schlangen und Fischen findet er sie fast kugelrund. Bei Treviranus finden sich einige Säugethiere angegeben, deren Linsen gleichseitig sind: Didelphis virginiana, Erinaceus europaeus, Cavia cobaya. Matthiessen[7]) giebt die Linse der Katze als gleichseitig an, während Koschel den Radius der hinteren Fläche als den grösseren findet. Auch Soemmering und Treviranus finden bei einigen Thieren den Radius der hinteren Fläche grösser.

Die Krümmungsradien der Linsen sind wiederum an Gypsabgüssen bestimmt. Es ist ziemlich schwierig die Hinterfläche der Linse völlig vom Glaskörper zu befreien, anfangs geschah dies durch Abreissen unter Benutzung zweier Pincetten; später wurde für die Augen des Schafes und des Schweines

---

[1]) Lettre de M. Petit, dans laquelle il démontre que le cristallin est fort près à l'uvée. Haller, Disput. chirurgicae V p. 570.

[2]) Fischer, Geschichte der Physik IV p. 630.

[3]) Moennich l. c. p. 18, l. c. c. William Porterfield, A treatise on the eye, the manner and phenomena of vision. Vol. I S. 439 Edinburg 1795.

[4]) Henricus Pemberton, Dissertatio physico-medica inauguralis de facultate oculi, qua ad diversas rerum conspectarum distantias se accommodat. London 1719. Haller, Disput. anatom. VII p. 139.

[5]) Hirsch, Geschichte der Ophthalmologie p. 315.

[6]) Fischer, l. c. p. 630, l. c. c. Histoire de l'acad. roy. de Paris 1730.

[7]) Matthiessen, Dioptrik § 57.

eine andere bequemere Methode gefunden. Es lässt sich nämlich der Glaskörper, nachdem das Auge auf die Hornhaut gelegt, und ringsherum die Sclerotica in geringer Entfernung von der Hornhaut durchschnitten ist, nach Entfernung des abgeschnittenen Theiles des Bulbus und Lostrennung der Ciliarmuskel auf der einen Seite, durch Blasen mit dem Munde leicht entfernen. Leider wollte dies Verfahren bei der Pferdelinse nur selten gelingen.

Die durch die Projection der Gypsabgüsse erhaltenen Kurven zeigen alle eine sehr nahe Uebereinstimmung mit dem Kreise, aber auch nur eine sehr nahe, nach dem Rande hin tritt bei allen ohne Ausnahme sowohl für die Vorderfläche, als für die Hinterfläche eine Abflachung auf, ein wahres Kugelsegment bildet also die Oberfläche der Linse nicht. Die Abweichung ist aber so gering, dass eine nähere Untersuchung nicht erforderlich ist. Es genügt die zur Construction des Radius nöthigen Sehnen dem Scheitel möglichst nahe zu ziehen. Wird der Radius der vorderen Fläche mit r_1, der Radius der hinteren Fläche mit r_2 bezeichnet, so sind die Resultate der Messungen folgende:

1. Linse des Pferdes. Tab. 17.

Es wurden 6 Linsen untersucht. Linse V gehört wieder dem Auge des 6jährigen Thieres an.

Linse	I	II	III	IV	V	VI
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
r_1	17,20	19,35	21,80	18,20	13,20	17,70
r_2	11,60	10,75	11,50	11,10	10,60	11,00

Als Mittel aus diesen Werthen (mit Ausnahme der Werthe unter V) ergiebt sich:

r_1 = 18,85 mm, r_2 = 11,19 mm.

Dagegen fanden:

Soemmering	r_1 = 11,3 „	r_2 = 10,1 „
Matthiessen[1]	r_1 = 21,0 „	r_2 = 13,0 „
Koschel	r_1 = 14,0 „	r_2 = 10,1 „
Berlin	r_1 = 13,5 „	r_2 = 9,5 „

2. Linse des Schafes. Tab. 18.

Untersucht wurden ebenfalls 6 Linsen; Linse V ist die des Lammes.

Linse	I	II	III	IV	V	VI
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
r_1	9,7	9,4	10,8	9,4	7,5	9,9
r_2	8,6	8,2	8,3	7,4	6,8	7,6

Hieraus ergiebt sich, die Linse des Lammes ausgenommen, als Mittel.

r_1 = 9,8 mm, r_2 = 8,0 mm.

Es fanden:

Matthiessen	r_1 = 11,8 „	r_2 = 8,5 „
Treviranus	r_1 = 7,4 „	r_2 = 6,75 „
Koschel	r_1 = 8,9 „	r_2 = 7,9 „

Aus den verhältnissmässig kleinen Radien des 6jährigen Pferdes und denen des Lammes gegenüber denen der älteren Thiere ist die starke Abflachung der Linse mit dem Alter zu ersehen.

3. Linse des Schweines. Tab. 19.

Bestimmt wurden die Radien von 5 Linsen. Es sind die gefundenen Werthe in der folgenden Tabelle mit denen anderer Beobachter zusammengestellt.

	I	II	III	IV	V	Mittel	Matthies.	Koschel	Peschel[2])
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
r_1	9,01	8,90	7,43	7,35	7,24	7,99	7,25	7,2	7,7425
r_2	7,20	6,01	5,64	5,70	5,00	6,07	5,50	6,3	5,3334

[1]) Matthiessen, Ueber die Bez. etc. Pflüg. Arch. XXII p. 513.

[2]) Peschel, Experimentelle Unt. Pflüg. Arch. XX p. 345. Die gegebenen Werthe sind die Mittel aus seinen mit einem Helmholtz'schen Ophthalmometer angestellten Messungen.

Die Dimensionen der Linse wurden theils an gefrorenen Augen, theils direct an den Gypsabgüssen gemessen, die Lage des Kerncentrums am gefrorenen Auge bestimmt. Das Unvollkommene der Methode ist durch eine ziemlich grosse Anzahl von Messungen auszugleichen gesucht.

Die als Mittel aus den ziemlich weit von einander abweichenden Einzelmessungen genommenen Werthe sind im folgenden mit den von anderen Beobachtern gefundenen zusammengestellt. Dabei ist der Ort der vorderen Linsenfläche mit t, der Ort des Kerncentrums der Linse mit c, ihre Axe mit a und ihr Durchmesser mit d bezeichnet.

Tabelle 20. Linse des Pferdes.

	t	c	a	d
	mm	mm	mm	mm
Soemmering	5,4	—	13,5	19,2
Matthiessen	5,5	10,0	13,0	22,0
Berlin	8,5	—	~~9,5~~ 11,25	19,5
Koschel	5,5	—	10,1	20,0
Klingberg	7,2	12,9	13,2	20,4

Tabelle 21. Linse des Schafes.

	t	c	a	d
	mm	mm	mm	mm
Treviranus	2,6	—	12,15	12,8
Matthiessen	4,5	—	10,0	—
Koschel	3,0	—	10,4	14,5
Klingberg	4,1	8,6	10,0	13,9

Tabelle 22. Linse des Schweines.

	t	c	a	d
	mm	mm	mm	mm
Peschel	3,5	—	7,6506	—
Matthiessen	~~4,5~~ 3,4	—	7,5	11,0
Koschel	2,8	—	7,9	11,1
Klingberg	3,4	7,1	7,6	11,0

Ganz auffällig sind hierbei die starken Abweichungen in der Angabe des Ortes der vorderen Linsenfläche, diese können ihren Grund nur in wirklich verschiedener Lage der Linse in den einzelnen Augen haben.

Die Abstände des Kerncentrums der Linse des Schafes von den beiden Linsenscheiteln, verhalten sich umgekehrt, wie die Krümmungsradien. Denn bezeichnen wir mit b_1 den Abstand des Kerncentrums von dem vorderen Linsenscheitel, mit b_2 den Abstand desselben vom hinteren Linsenscheitel, so ist für die Linse des Schafes: $b_1 = 4{,}5$ mm; $b_2 = 5{,}5$ mm; die Radien waren; $r_1 = 9{,}8$ mm; $r_2 = 8{,}0$ mm. Also wird das Verhältniss $r_1 : r_2 = b_2 : b_1$ gegeben durch: $9{,}8 : 8 = 5{,}5 : 4{,}5$ eine Proportion, welche angenähert richtig ist.

Der für die Arbeit zulässige Raum gestattete nicht den Abdruck der ganzen Abhandlung. Zurückbleiben mussten Bestimmungen der Brechungsindices einzelner Linsenschichten, durch welche eine weitere Bestätigung des Matthiessen'schen Gesetzes über die parabolische Zunahme der Linsenindices gegeben wird und die Berechnung der Cardinalpunkte der Linsen, sowie der ganzen Augen. Es wird dieser Rest später als zweiter Theil erscheinen.

[1]) Treviranus l. c. Es ist zu beachten, dass T's. Angaben von der inneren Seite der Cornea zu rechnen sind.

PROGRAMM

DER

DOMSCHULE ZU GÜSTROW.

AUSGEGEBEN OSTERN 1889

VON DEM DIREKTOR DER ANSTALT

DR. TH. FRITZSCHE.

INHALT: 1) Beiträge zur Dioptrik der Augen einiger Haustiere. (Zweiter Teil.) Vom Gymnasiallehrer Klingberg.
2) Schulnachrichten von Ostern 1888 bis dahin 1889. Vom Direktor.

GÜSTROW.

DRUCK DER C. WALTENBERG'SCHEN RATSBUCHDRUCKEREI.

1889. PROGR. Nr. 612.



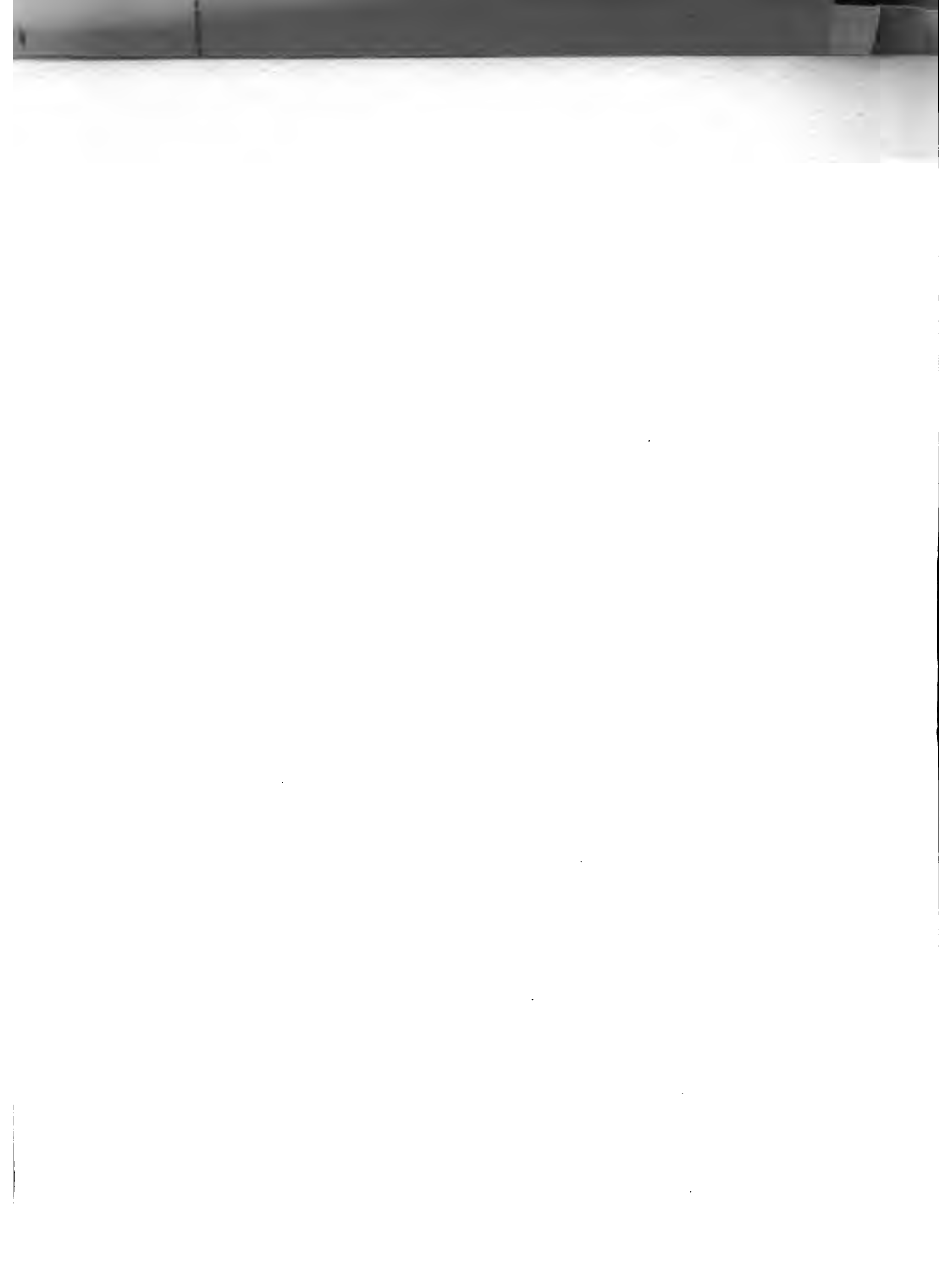
Beiträge

zur

Dioptrik der Augen

einiger Hausthiere.

Zweiter Theil.



Senff[1]) hat zuerst an einer Ochsenlinse experimentell festgestellt, dass ihre lichtbrechende Kraft in Folge des zunehmenden Brechungsvermögens nach dem Kerne hin grösser ist, als wenn sie völlig aus Substanz mit dem Index des Kerns bestände, und hat hierfür auch die theoretische Erklärung gegeben. Er berechnete auch das totale Brechungsvermögen der Ochsenlinse, ebenso wie von Zehender[2]) das der menschlichen Linse, beide unter Annahme mehrerer homogener Schichten mit nach dem Kerne hin abnehmendem Krümmungsradius und wachsendem Brechungscoefficienten.

Soll dieses Verfahren genaue Resultate liefern, so muss eine beträchtliche Anzahl von Schichten genommen werden, dadurch aber wird diese Berechnung höchst zeitraubend. Es musste jedoch diese Methode die einzige bleiben, so lange nicht ein Gesetz über die Zunahme des Brechungsindex bekannt war. Auf ein solches wurde Matthiessen[3]) durch theoretische Betrachtungen geführt und fand es durch die Messungen, welche Chossat[4]) an neun Schichten einer Elephantenlinse angestellt hatte, bestätigt. Dieser selbst hatte vergebens versucht, aus seinen Messungen ein Gesetz abzuleiten.

Verstehen wir unter b die Entfernung des Kerncentrums von der Linsenkapsel, unter y den variablen Abstand einer beliebigen Schicht vom Kerncentrum, und ist N gleich dem Brechungsindex dieser Schicht, N_m gleich dem des Kerns, N_1 gleich dem der äussersten Schicht, so wird das Gesetz von Matthiessen wiedergegeben durch die Formel:

$$N = N_m - (N_m - N_1)\left(\frac{y}{b}\right)^2,$$

welche dadurch, dass Matthiessen den Ausdruck $\frac{N_m - N_1}{N_1} = \zeta$ setzt, die Form erhält:

$$N = N_1\left(1 + \zeta\,\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right).$$

Es handelte sich zunächst um Bestätigung dieses Gesetzes durch fernere Messungen an Linsen anderer Thiere. Die zuerst an der Linse des Rindes und später an der Linse eines Pferdes, abermals an der Rindslinse, an der Linse des Menschen (von 16 verschiedenen Augen) und an der Linse des Dorsches angestellten Untersuchungen bewiesen die weitere Gültigkeit desselben.

Anderweitig ergaben darauf die Messungen Moennichs[5]) am Rindsauge ebenfalls eine Bestätigung. Von grösstem Interesse war die Beobachtung Matthiessens[6]), dass diese parabolische Zunahme der Indices nicht vereinzelt dastehe, sondern in der Natur auch sonst noch vorkomme. Er fand nämlich

---

[1]) Volkmann: Artikel »Sehen« in Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. III. 1. 1846. pg. 290.
Aubert, Grundzüge der physiologischen Optik. Leipzig 1876. pg. 410.
Matthiessen, Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. Leipzig 1877. pg. 177.

[2]) von Zehender, Anleitung zum Studium der Dioptrik des Auges. Erlangen 1856.

[3]) Matthiessen, l. c. § 52.

[4]) Chossat, Extrait d'un mémoire sur le pouvoir réfringens des milieux de l'oeil. Annales de chimie et de physique. Tome VIII. 1818. pg. 217.

[5]) P. Moennich, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Rindsauges. Berlin, Everbusch's Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde. Leipzig 1883. pg. 20.

[6]) Matthiessen, Ueber das Gesetz der Zunahme der Brechungsindices innerhalb der Krystalllinsen der Säugethiere und der Fische. Graefe's Archiv für Ophthalmologie XXI. 2. pg. 33.

an gequollenen Leimcylindern dasselbe Gesetz. Auf seine Veranlassung stellte dann Schwarz[1]) sehr genaue Messungen an vier mit grösster Sorgfalt hergestellten Gelatinecylindern an, welche fast völlige Uebereinstimmung der gemessenen Werthe mit der nach obigem Gesetz berechneten Parabel ergaben.

Bis dahin waren die Bestimmungen der Brechungsindices einzelner Schichten der Linse, in Folge der Schwierigkeit, die nöthige Anzahl von Proben mit hinreichender Genauigkeit in der Axenrichtung herauszunehmen, fast gänzlich auf die Richtung des Durchmessers beschränkt geblieben. Moennich[2]) gelang es dadurch, dass er die erforderlichen Substanzmengen der Linse in gefrorenem Zustande entnahm, zwischen Corticalis und Kern die Brechungscoefficienten dreier gleich weit von einander entfernter Schichten zu bestimmen. Die Resultate seiner überaus exacten Untersuchungen zeigen, dass auch für die Linsenaxe das Matthiessensche Gesetz von Gültigkeit ist. In derselben Abhandlung macht der Verfasser[3]) noch darauf aufmerksam, dass auch die Messungen von Chossat, dessen Beobachtungsreihen unter den vorhandenen älteren allein in Betracht kommen können, sich zum Vergleich mit dem Matthiessenschen Gesetze eignen. Die Bestimmung der Indices von Chossat[4]) leidet unter dem Fehler, dass der Index des Kerns unter allen Umständen zu hoch ist gegen den Index der folgenden Schicht, denn noch immer ist gefunden, dass gerade in der Nähe des Kerns das Steigen nur noch ein geringes ist. Moennich zeigt nun, dass sich stets anstatt des zu hohen Kernindex ein niedrigerer derart substituiren lässt, dass eine hinreichend genaue Uebereinstimmung der beobachteten Werthe mit dem aus unserem Gesetze folgenden sich ergiebt.

Es mag an dieser Stelle auch noch auf eine Abhandlung Matthiessen's[5]) über eine merkwürdige Eigenschaft der Fischlinsen aufmerksam gemacht werden. Maxwell[6]) kommt bei Untersuchungen über den Weg der Lichtstrahlen im Auge zu dem Resultate, dass derselbe durch die Linse hindurch ein krummlieniger sein müsse. In Rücksicht hierauf stellt er folgendes Problem:

„Ein durchsichtiges Medium ist so beschaffen, dass der Weg eines Lichtstrahles in demselben ein gegebener Kreis ist und der Brechungsindex eine Function des Abstandes von einem gegebenen Punkte in der Kreisebene. Es soll die Funktion gesucht und gezeigt werden, dass für Licht von gleicher Brechbarkeit der Weg eines jeden Strahles in diesem Medium ein Kreis ist.“

Matthiessen zeigt nun, dass die für den Brechungsindex sich ergebende Funktion:

$$1)\ N = \frac{b}{c^2 + y^2}$$

sich ausdrücken lässt durch die Gleichung:

$$2)\ N = N_1\left(1 + \zeta\,\frac{r^2 - y^2}{r^2}\right),$$

welche sein Gesetz angewendet auf die kugelförmigen Fischlinsen darstellt.

Werden nämlich die beiden Constanten b und c^2 der Gleichung 1) aus Gleichung 2) für $y = 0$ und $y = r$ bestimmt, so ergeben sich:

---

[1]) A. Schwarz, Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern. Exner's Repertorium. Bd. XXI. pg. 702.

[2]) P. Moennich, Neue Untersuchungen über das Lichtbrechungsvermögen der geschichteten Krystalllinse der Vertebraten. Pflüger's Archiv für die ges. Physiologie. Band XL. Bonn 1887. pg. 397.

[3]) P. Moennich, l. c. pg. 422.

[4]) Chossat, l. c. pg. 217.

[5]) Matthiessen, Ueber ein merkwürdiges optisches Problem von Maxwell. Exner's Repertorium der Physik. Band XXIV. pg. 401.

[6]) Matthiessen. l. c. pg. 401. l. c. c. Maxwell, Cambridge and Dublin Mathem. Journ. vol IX. cf. Heath, A Treatise on geometrical Optics. Cambridge (1887) Chapt. XIII. pg. 328.

$$b = N_1 \frac{1+\zeta}{\zeta} r^2; \; c^2 = \frac{r^2}{\zeta},$$

diese Werthe in Gleichung 1) eingesetzt, giebt:

$$N = \frac{N_1 (1+\zeta)}{\zeta\left(\frac{r_2}{\zeta} + y^2\right)} r^2 = \frac{N_1 (1+\zeta)}{1 + \zeta \frac{y^2}{r_2}} = \frac{N_1 \left((1+\zeta)\left(1 - \zeta \frac{y^2}{r^2}\right)\right)}{1 - \zeta^2 \frac{y^4}{r^4}}.$$

Beachtet man nun, dass ζ relativ sehr klein ist, so können die mit ζ^2 behafteten Glieder vernachlässigt werden und wir erhalten:

$$N = N_1 \left(1 + \zeta \frac{r^2 - y^2}{r^2}\right).$$

Matthiessen hat somit bewiesen, dass die Fischlinsen die vom Maxwell'schen Theorem geforderte Eigenschaft haben.

Wenn nun auch durch die oben angeführten Untersuchungen die volle Gültigkeit des Matthiessenschen Gesetzes bewiesen sein dürfte, so möchte es doch nicht ohne Wichtigkeit sein dasselbe, bei seiner einschneidenden Bedeutung für die Dioptrik des Auges, auch an den von mir untersuchten Augen zu prüfen. Namentlich auch deswegen, weil bisher nur eine Pferdelinse (von Matthiessen) untersucht ist (Moennich hat sich auf das Rindsauge beschränkt), und von der Linse des Schafes Messungen der Indices einzelner Schichten überhaupt noch nicht vorliegen. Solche Untersuchungen sind mit Schwierigkeiten mancher Art verknüpft, namentlich ist eine geschickte und schnelle Handhabung des Abbe'schen Refractometers, zu welcher es fortgesetzter Uebung bedarf, erforderlich, wenn man nicht genöthigt sein will, fortwährend wieder neue Untersuchungen anzufangen. Eine vollständige Reihe von Indices zu erhalten, gelang unter 5 Linsen durchschnittlich nur bei einer derselben.

Am leichtesten war naturgemäss das Bestimmen des Index der äussersten Schicht. Nachdem die Linse ganz sorgfältig abgetrocknet war, so dass keine Spur von Kammerwasser oder Glasfeuchtigkeit mehr an ihr haftete, wurde mit einem scharfen Messer die Linsenkapsel ein wenig eingeschnitten; die aus diesem Schnitte in nur geringer Menge hervorquellende Masse der Corticalis wurde mit dem Messer sofort auf das feste Prisma des Refractometers gebracht. Es gab stets scharfe Abgrenzungslinien, die Einstellung war also eine leichte. Hierauf wurde die auf einer gering ausgehöhlten Korkplatte liegende Linse durchschnitten, so dass der Schnitt möglichst nahe dem Kerne war, und nacheinander von beiden Seiten mit dem Messer kleine Kernproben auf das feste Prisma gebracht, welche mit dem losen Prisma schnell und gehörig auseinander gerieben wurden. Eine völlig scharfe Abgrenzungslinie zu erhalten ist nicht möglich, und gerade hierbei ist es von Wichtigkeit trotzdem das Refractometer schnell einstellen zu können, denn der Brechungsindex wächst mit der Verdunstung der in der Linsensubstanz enthaltenen Feuchtigkeit; noch mehr gilt dies übrigens von den zwischenliegenden Schichten. Als Kernindex wurde stets der am höchsten von beiden gefundene angesehen. Der Durchmesser sowohl, als die Achse wurden vom Kerne aus mit einem Cirkel in die nöthigen Theile getheilt und von den Theilpunkten Proben zur Messung genommen. Um die so störende und unter Umständen leicht zu falschen Resultaten führende Verdunstung möglichst zu verhindern, wurde über die Linse ein Glas gestellt, in welchem nasses Fliesspapier war. Ausserdem habe ich, wenn nicht ein besonders hoher Feuchtigkeitsgehalt der Luft schon vorhanden war, ununterbrochen Wasser sieden lassen, um dadurch so viel als möglich den Feuchtigkeitsgehalt zu erhöhen.

Es wurden genügende Versuchsreihen für den Durchmesser von fünf Pferdelinsen und vier Schaflinsen und für die Achse von vier Linsen des Pferdes und drei des Schafes erhalten. Die Linse

des Schweines war so weich, dass beim Durchschneiden die einzelnen Schichten sich derart mengten, dass es nicht möglich war, gesonderte Proben zu erhalten.

Der Durchmesser der Linse des Pferdes, durch welche sich der Schnitt in Folge ihrer Härte am besten legen liess, wurde in 8 gleiche Theile getheilt, also vom Kerne aus nach beiden Seiten hin in je vier. Bezeichnen wir nun mit y den variablen Abstand vom Kerne und mit b den Abstand der Linsenkapsel vom Kerne, so haben wir für den Kern selber $\frac{y}{b} = 0$ und für den ersten Theilpunkt nach beiden Seiten hin $\frac{y}{b} = \frac{1}{4}$ zu setzen, die für diesen Theilpunkt ebenso wie für die übrigen mit Ausnahme des Kerns in Tabelle 23 angegebenen Indices sind das Mittel aus den beiden entsprechenden, nach verschiedenen Seiten des Durchmessers genommenen Proben. Die vorletzte Zeile enthält die Mittel aus allen für die betreffenden Punkte gefundenen Werthe und die letzte Zeile diejenigen Werthe, welche sich nach Matthiessen's Formel ergeben.

Tabelle 23.

Linse	$y/b = 1$	$y/b = \frac{3}{4}$	$y/b = \frac{1}{2}$	$y/b = \frac{1}{4}$	$y/b = 0$
I.	1,4142	1,4385	1,4563	1,4687	1,4610
II.	1,3857	1,3953	1,3998	1,4320	1,4347
III.	1,3855	1,4048	1,4430	1,4470	1,4560
IV.	1,3872	1,4187	1,4432	1,4484	1,4521
V.	1,3866	1,4171	1,4370	1,4481	1,4520
Mittel	1,3917	1,4149	1,4359	1,4468	1,4512
Berechneter Werth	1,3917	1,4177	1,4363	1,4475	1,4512

Bei Messung der Indices in der Richtung der Achse war in Folge des Zerdrückens der Linse beim Durchschneiden eine weitere Einteilung als Halbirung des Abstandes des Linsenscheitel vom Kern nicht möglich. Es ist in Tabelle 24 der Ort des vorderen Scheitels mit $\frac{y}{b} = -1$, der Ort des hinteren Scheitels mit $\frac{y}{b} = +1$ bezeichnet.

Tabelle 24.

Linse	$y/b = -1$	$y/b = -\frac{1}{2}$	$y/b = 0$	$y/b = +\frac{1}{2}$	$y/b = +1$
I.	1,4028	1,4370	1,4562	1,4362	1,3996
II.	1,3839	1,4392	1,4524	1,4394	1,3833
III.	1,3810	1,4358	1,4508	1,4350	1,3856
IV.	1,3972	1,4381	1,4463	1,4383	1,3998
Mittel	1,3912	1,4375	1,4514	1,4372	1,3921
Berechneter Werth	1,3912	1,4363	1,4514	1,4366	1,3921

Von der Linse des Schafes in der Richtung des Durchmessers ebenfalls mehrere Proben mit der zur Untersuchung nöthigen Genauigkeit zu entnehmen gelang mir nicht. Es musste mir genügen, nach beiden Seiten vom Kerne hin den Halbmesser zu halbiren, so dass der Durchmesser nur in vier Theile getheilt wurde. Bei gleichen Bezeichnungen wie in Tabelle 23 enthält Tabelle 25 das Resultat der Messungen.

Tabelle 25.

Linse	y/b = 1	y/b = ½	y/b = 0
I.	1,3843	1,4388	1,4571
II.	1,3855	1,4378	1,4580
III.	1,3847	1,4395	1,4574
IV.	1,3840	1,4392	1,4579
Mittel	1,3846	1,4387	1.4576
Berechneter Werth	1,3846	1,4393	1,4576

Die nachfolgende Tabelle enthält die Berechnungsindices der einzelnen Schichten der Schaflinse in der Richtung der Achse, die Bezeichnungen sind dieselben wie in Tabelle 23.

Tabelle 26.

Linse	y/b = −1	y/b = −½	y/b = 0	y/b = +½	y/b = +1
I.	1,3855	1,4393	1,4572	1,4396	1,3861
II.	1,3843	1,4389	1,4564	1,4399	1,3849
III.	1,3854	1,4402	1,4590	1,4401	1,3854
Mittel	1,3851	1,4392	1,4575	1,4399	1,3855
Berechneter Werth	1,3851	1,4394	1,4575	1,4395	1,3855

Die beobachteten Indices zeigen eine so nahe Uebereinstimmung mit den berechneten, dass sie eine weitere Bestätigung für die Gültigkeit des Matthiessenschen Gesetzes liefern.

Von älteren Beobachtungen liegen noch die Werthe vor, welche nach Angaben von Brewster[1]) für die Brechungsindices der Linse eines Lammes berechnet sind. Die gefundenen Indices sind:

$$\frac{y}{b} = 1 \qquad \frac{y}{b} = \frac{1}{2} \qquad \frac{y}{b} = 0$$

$$N_l = 1{,}386 \qquad 1{,}428 \qquad N_m = 1{,}436,$$

der aus N_l und N_m für $\frac{y}{b} = \frac{1}{2}$ berechnete Werth wird $N = 1{,}424$, also nahe Uebereinstimmung mit dem beobachteten.

Wie schon vorhin bemerkt, ist es mir nicht gelungen, Brechungsindices verschiedener Schichten der Schweinslinse mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen, weil bei der Weichheit der Linse die einzelnen Schichten beim Durchschneiden sich miteinander vermischten. Chossat giebt aber die Werthe dreier Schichten an. Der Brechungsindex des Kerns zeigt die schon oben erwähnte Unregelmässigkeit, dass er entschieden zu hoch ist gegenüber demjenigen der zunächstgelegenen Schicht. Moennich[2]) substituirt daher an Stelle des gemessenen Kernindex $N_m = 1{,}424$ einen niedrigenen 1,401 und es ergiebt sich völlige Uebereinstimmung der angegebenen Werthe mit den nach dem parabolischen Gesetze berechneten.

[1]) Treviranus, Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Sinneswerkzeuge des Menschen und der Thiere. I. Heft. Bremen 1828. l. c. c. Quaterly Journal of Science. Volumen 22. pg. 356.

[2]) P. Moennich, l. c. pg. 426.

Die gemessenen und berechneten Werthe sind:

	y/b = 0	y/b = ⅓	y/b = ⅔	y/b = 1
Chossat:	1,424	1,399	1,395	1,386
Berechnet:	1,401	1,399	1,394	1,386.

Hiermit haben die Bestimmungen der Indices der brechenden Medien der untersuchten Augen ihren Abschluss gefunden. Es wird noch in der folgenden Tabelle eine Zusammenstellung sämmtlicher bis jetzt über die Augen des Pferdes, Schafes und Schweines vorliegender Indices gegeben. Ausser den bisher schon aufgeführten enthält dieselbe noch die Brechungsverhältnisse der Hornhaut und der Linsenkapsel.

Tabelle 27.

Auge	Beobachter	Hornhaut	Kammer-wasser	Linsen-kapsel	Corticalis	Linsen-kern	Glas-körper	Dest. Wasser	Temp. °C.
Pferd	Fleischer	—	1,3364	—	—	—	1,3363	1,3340	15,0
	Matthiessen	—	—	—	1,3870	1,4458	—	1,3326	12,5
	Becker	—	1,3364	—	1,3865	1,4341	1,3361	—	—
	Klingberg	1,3786	1,3362	1,3796	1,3917	1,4512	1,3356	1,3336	16,0
Schaf	Fleischer	—	1,3365	—	—	—	1,3362	1,3340	15,0
	Matthiessen	—	—	1,3665	—	1,4595	1,3347	—	—
	Klingberg	1,3761	1,3362	1,3780	1,3850	1,4575	1,3357	1,3336	16,0
Lamm	Brewster	1,386	—	—	1,386	1,436	1,345	—	—
Schwein	Chossat	—	—	—	1,386	1,424	—	—	—
	Fleischer	—	1,3369	—	—	—	1,3360	1,3340	15,0
	Matthiessen	—	—	—	—	1,4293	—	—	—
	Klingberg	1,3755	1,3352	1,3659	1,3780	1,4400	1,3349	1,3336	16,0

Aus meinen Messungen ergeben sich für den Brechungsindex des Linsenkerns N_m und dem der Corticalis N_1 im Auge des Pferdes die Mittelwerthe $N_m = 1,4512$, $N_1 = 1,3917$, darnach ergiebt sich für den variablen Linsenindex im Vergleich mit dem aus den Messungen Matthiessen's[1]) und Becker's[2]) folgenden unter zu Grunde Legung der ersten Form des Matthiessenschen Gesetzes:

$N = N_m - (N_m - N_1)\left(\frac{y}{b}\right)$ die Gleichungen:

$$\text{Matthiessen: } N = 1,4458 - 0,0628\left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Becker: } N = 1,4341 - 0,0511\left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Klingberg: } N = 1,4512 - 0,0595\left(\frac{y}{b}\right)^2.$$

Setzen wir wieder $\frac{N_m - N_1}{N_1} = \zeta$, so wird $\zeta = \frac{1,4512 - 1,3917}{1,3917} = 0,0428$, während Matthiessen $\zeta = 0,0454$ und Berlin $\zeta = 0,0369$ finden, es werden demnach die entsprechenden Gleichungen für die zweite Form $N = N_1\left(1 + \zeta\,\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$ die folgenden:

---

[1]) Matthiessen, Die Differentialgleichungen der Dioptrik der geschichteten Krystalllinse. Pflüger's Archiv f. d. ges. Physiologie. Band XIX. pg. 545.

[2]) Berlin, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Pferdeauges. Berlin, Eversbusch's Zeitschrift für vergl. Augenheilkunde, Band 1, pg. 23.

$$\text{Matthiessen} \quad N = 1,3830 \left(1 + 0,0454 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

$$\text{Becker} \quad N = 1,3830 \left(1 + 0,0369 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

$$\text{Klingberg} \quad N = 1,3917 \left(1 + 0,0428 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right).$$

Die grösste Uebereinstimmung findet sich demnach zwischen den Resultaten aus Matthiessen's Messungen und den meinigen. Diese Uebereinstimmung wird eine noch grössere beim Auge des Schafes. Die gefundenen Mittelwerthe sind $N_m = 1,4575$, $N_1 = 1,3850$, während Matthiessen[1]) angiebt $N_m = 1,4595$, $N_1 = 1,3830$. Es werden demnach die Gleichungen für den variablen Index nach der ersten Form:

$$\text{Matthiessen} \quad N = 1,4595 - 0,0765 \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Klingberg} \quad N = 1,4575 - 0,0725 \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Brewster (Lammlinse)} \quad N = 1,436 \quad - 0,050 \quad \left(\frac{y}{b}\right)^2.$$

Weiter wird für unsere Werthe $\zeta = \frac{1,4575 - 1,3850}{1,3850} = 0,0523$, während für Matthiessen $\zeta = 0,0553$ und für Brewster $\zeta = 0,036$ folgen, die Gleichungen sind alsdann nach der zweiten Form:

$$\text{Matthiessen} \quad N = 1,3830 \left(1 + 0,0553 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

$$\text{Klingberg} \quad N = 1,3850 \left(1 + 0,0523 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$$

$$\text{Brewster} \quad N = 1,386 \quad \left(1 + 0,036 \quad \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right).$$

Bedeutendere Abweichungen ergaben sich bei Aufstellung der Gleichungen für die Linse des Schweines. Es ist aber hierbei zu beachten, dass Matthiessen das Auge eines einjährigen Thieres untersucht hat, worin namentlich der niedrige Brechungsindex des Kerncentrums seine Ursachen haben mag. Die gefundenen Mittelwerthe sind $N_m = 1,4400$; $N_1 = 1,3780$. Matthiessen findet $N_m = 1,4293$; $N_1 = 1,3830$. Es ergeben sich daraus folgende Gleichungen nach der ersten Form:

$$\text{Chossat beobachtet} \quad N = 1,424 \quad - 0,038 \quad \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{berechnet} \quad N = 1,401 \quad - 0,015 \quad \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Matthiessen} \quad N = 1,4293 - 0,0463 \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$\text{Klingberg} \quad N = 1,4400 - 0,0620 \left(\frac{y}{b}\right)^2.$$

Für die Gleichungen in der zweiten Form findet sich $\zeta = \frac{1,4400 - 1,3780}{1,3780} = 0,0450$, aus den Werthen von Matthiessen ergiebt sich $\zeta = 0,0335$, aus den von Chossat beobachteten $\zeta = 0,027$ und aus den von Moennich substituirten $\zeta = 0,012$, es folgen also:

[1]) Matthiessen, Ueber die Beziehungen, welche zwischen dem Brechungsindex des Kerncentrums der Krystalllinse und den Dimensionen des Auges bestehen. Pflüger's Archiv für die ges. Physiologie. XXXVII. 1882. pg. 514.

Chossat beobachtet $N = 1{,}386 \left(1 + 0{,}027 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$

berechnet $N = 1{,}386 \left(1 + 0{,}012 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$

Matthiessen $N = 1{,}3830 \left(1 + 0{,}0335 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$

Klingberg $N = 1{,}3780 \left(1 + 0{,}0450 \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$.

Unter Benutzung des aufs neue durch die obigen Messungen bestätigten Gesetzes über die Zunahme der Brechungsindices der Linsenschichten stellt Matthiessen[1]) folgende Differentialgleichungen für die geschichtete Krystallinse auf:

$$1)\ -(yd_1\alpha + \alpha_1 dy) = ydy - \zeta \frac{y^2dy}{b} + \frac{1}{3}\zeta \frac{y^3dy}{b^2} + \frac{1}{3}\zeta \frac{y^3dy}{br_1}$$

$$2)\ d\,(1/f) = -2\zeta \frac{dy}{br_1} + 2\zeta^2 \frac{y^2dy}{b^2r_1{}^2} - \zeta^3 \left\{\frac{8}{3}\frac{y^3dy}{b^2r_1{}^2} - \frac{y^4dy}{b^4r_1{}^2} + \frac{y^4dy}{3\,b^3r_1{}^3}\right\}.$$

Hierin bezeichnet y den variablen Abstand vom Scheitel der Linse, b den Abstand der Linsenscheitel vom Kern, r_1 den Krümmungsradius der Vorderfläche und a_1 die erste Hauptpunktsdistanz. Durch Integration folgen die beiden Gleichungen:

$$3)\ -\alpha_1 = \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}\zeta\frac{y^2}{b} + \frac{1}{12}\zeta\frac{y^3}{b^2} + \frac{1}{12}\zeta\frac{y^3}{br_1}$$

$$4)\ f = -\frac{r_1 b}{2\zeta y}\left\{1 + \frac{1}{3}\zeta\frac{y^2}{br_1} - \zeta^2\left[\frac{1}{3}\frac{y^2}{b^2r_1} - \frac{1}{10}\frac{y^4}{b^3r_1} + \frac{7}{90}\frac{y^4}{b^2r_1{}^2}\right]\right\}.$$

Um nun weiter einen Ausdruck für die Brennweite der ganzen Linse zu erhalten, combinirt Matthiessen die beiden Gleichungen, welche sich für die vordere und hintere Linsenhälfte nach Einsetzung der entsprechenden Grössen ergeben, er kommt so zu der Gleichung:

$$5)\ \frac{1}{f} = \int_0^{b_1} d\left(\frac{1}{f}\right) + \int_0^{b_2} d\left(\frac{1}{f}\right) + \frac{b_1 + b_2}{1 + \zeta}\int_0^{b_1} d\left(\frac{1}{f}\right)\int_0^{b_2} d\left(\frac{1}{f}\right).$$

Werden die oben angegebenen Werthe für die bestimmten Integrale eingesetzt, so folgt:

$$6)\ \frac{1}{f} = -2\zeta\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + \frac{2}{3}\zeta^2\left(\frac{b_1}{r_1{}^2} + \frac{b_2}{r_2{}^2}\right) + 2\zeta^2\frac{b_1 + b_2}{r_1 r_2}.$$

Für den Fall, dass sich die Radien der Linse verhielten, wie die Abstände der Linsenscheitel vom Kern, würde:

$$\frac{b_1}{r_1{}^2} + \frac{b_2}{r_2{}^2} = \frac{b_1 + b_2}{r_1 r_2}$$

und es könnten die mit dem Factor ζ^2 behafteten Glieder zusammen gezogen werden, so dass die Gleichung 6 übergeht in:

$$7)\ \frac{1}{f} = -2\zeta\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + \frac{8}{3}\zeta^2\frac{b_1 + b_2}{r_1 r_2}$$

eine für die numerische Berechnung weit bequemere Form. Die gemachte Voraussetzung trifft (abgesehen von den Fischlinsen, für welche $r_1 = r_2 = b_1 = b_2$) so weit bis jetzt Messungen vorliegen,

[1]) Matthiessen, Die Differentialgleichungen etc. Pflüger's Archiv. Band XIX. pg. 480 ff.

allerdings nur bei Raubthieraugen zu (entweder gänzlich wie beim Löwenauge oder doch angenähert, wie bei der Katze, dem Wolf und anderen), aber wenn man beachtet, dass ζ^2 eine sehr kleine Grösse zweiter Ordnung ist, so erkennt man, dass der eventuelle Fehler innerhalb der Beobachtungsgrenzen liegen muss, denn die für den Kernindex gegebenen Werthe können selbst in der dritten Decimale auf eine absolute Genauigkeit keinen Anspruch mehr erheben.

Wird unter dem Totalindex der Krystallinse der Index einer homogenen Linse von gleicher Form mit gleicher Brennweite verstanden, so wird aus Combination der Gleichung 6) mit der für die ungleichseitige biconvexe, homogene Linse geltende Formel

$$8)\quad -\frac{1}{f} = \frac{(n-1)(r_1 + r_2)}{r_1 r_2} - \frac{(n-1)^2 (b_1 + b_2)}{n\, r_1 r_2}$$

sich der Totalindex n bestimmen lassen. Matthiessen findet auf diese Weise unter Vernachlässigung der Grössen ζ^3:

$$9)\quad n = 1 + 2\zeta - \frac{2}{3}\zeta^2 \frac{b_1 r_2^2 + b_2 r_1^2}{r_1 r_2 (r_1 + r_2)} + 2\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2},$$

welche Gleichung wieder unter der obigen Annahme in die für die Berechnung äusserst günstige Form

$$10)\quad n = 1 + 2\zeta + \frac{4}{3}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}$$

übergeht, die selbstverständlich sich auch aus Combination von 7) und 8) ergeben würde.

Diese für den Totalindex gegebenen Formeln gewinnen noch dadurch an Wichtigkeit, dass sie unverändert bleiben, wenn für den Totalindex die jedenfalls natürlichste Definition gegeben ist, dass unter demselben der Brechungsindex einer homogenen Flüssigkeit verstanden wird, welche optisch derart wirkt, dass durch sie in die Linse eintretende paraxiale Strahlen ungebrochen wieder austreten.[1]

Berechnen wir nach diesen Formeln den Totalindex der Linsen der untersuchten Augen, so haben wir zunächst für die Pferdelinse zu setzen:

$$r_1 = 18{,}85 \text{ mm},\ r_2 = 11{,}19 \text{ mm},\ b_1 = 5{,}7 \text{ mm},\ b_2 = 7{,}5 \text{ mm},$$
$$N_m = 1{,}4512,\ N_1 = 1{,}3917,\ \zeta = 0{,}0428$$

und es würde $1 + 2\zeta = 1{,}0855$ werden. Für die mit dem Factor ζ^2 versehenen Glieder würde sich aus Formel 9) ergeben:

$$-\frac{2}{3}\zeta^2 \frac{b_1 r_2^2 + b_2 r_1^2}{r_1 r_2 (r_1 + r_2)} + 2\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} = 0{,}0010$$

und aus der Formel 10) würde folgen:

$$\frac{4}{3}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} = 0{,}0011.$$

Demnach zeigt sich zwischen beiden Berechnungen eine Differenz von einer Einheit in der vierten Decimale, deren Kleinheit die Benutzung der abgekürzten Formel rechtfertigt. Der Totalindex würde sein $N = 1{,}0865$ (Formel 9) und $N = 1{,}0866$ (Formel 10). Hierbei ist vorausgesetzt, dass die Krystalllinse von einer Substanz umgeben ist, welche den Brechungsindex der Corticalis hat, es wird folglich der Totalindex der Linse in Luft nach 9):

$$n = N_1 N = 1{,}3917 .\ 1{,}0865 = 1{,}5120, \text{ oder aber nach 10) } n = 1{,}3917 .\ 1{,}0866 = 1{,}5121.$$

Bei der späteren Berechnung der Cardinalpunkte des Auges unter Annahme einer homogenen Linse wird der Totalindex $n = 1{,}5121$ zu Grunde gelegt werden.

---

[1]) Matthiessen, Ueber Begriff und Auswerthung des sogenannten Totalindex der Krystalllinse. Pflüger's Archiv. 1885. pg. 88.

Dem für den Totalindex gefundenen Werthe steht der von Matthiessen[1]) gefundene $n = 1{,}5100$ sehr nahe, während Berlin[2]) den kleineren $n = 1{,}4887$ findet, wobei zu beachten ist, dass letzterer das Auge eines 6jährigen Pferdes, also eines verhältnissmässig jungen Thieres untersucht hat.

Für die Linse des Schafes haben wir die Constanten:

$$r_1 = 9{,}8 \text{ mm}, \; r_2 = 8{,}0 \text{ mm}, \; b_1 = 4{,}5 \text{ mm}, \; b_2 = 5{,}5 \text{ mm},$$
$$N_m = 1{,}4575, \; N_1 = 1{,}3850, \text{ also } \zeta = 0{,}0523.$$

Hieraus folgt für den Totalindex in Corticalsubstanz für beide Formeln 9) und 10) derselbe Werth $N = 1{,}1067$, also für den Index in Luft:

$$n = 1{,}3850 . 1{,}1067 = 1{,}5328,$$

während Matthiessen[3]) den etwas grösseren $n = 1{,}5387$ findet.

Die dioptrischen Constanten der Linse des Schweines sind:

$$r_1 = 7{,}99 \text{ mm}, \; r_2 = 6{,}07 \text{ mm}, \; b_1 = 3{,}3 \text{ mm}, \; b_2 = 4{,}3 \text{ mm},$$
$$N_m = 1{,}4400, \; N_1 = 1{,}3780, \; \zeta = 0{,}0450.$$

Hiernach ergiebt sich nach Formel 9) der Totalindex in Luft:

$$n = 1{,}5039 \text{ und nach 10) } n = 1{,}5040,$$

die Differenz beider Totalindices also wieder so klein, dass daraus die Berechtigung zum Anwenden der bequemeren Gleichung 10) folgt. Matthiessen[4]) erhält den bedeutend kleineren Totalindex $n = 1{,}4768$. Max Peschel[5]) hat nun sehr eingehende Untersuchungen über die Linse der Augen des Rindes, des Kalbs und des Schweines angestellt. Die Krümmungsradien der beiden Linsenflächen und die Dicke der Linse sind mit einem von Meierstein construirten Helmholtz'schen Ophthalmometer gemessen und der Ort des hinteren Brennpunktes der Linse $S_2\Phi$ in Luft und in 7 % Salzlösung, deren Index $n = 1{,}3365$ gesetzt ist, mit Hülfe des Mikroskops bestimmt. Aus den gefundenen Werthen ist dann nach der für die biconvexe homogene Linse geltenden Formel:

$$S_2\Phi = \frac{\left[n\, r_1 - d\,(n-1)\right] r_2}{(n-1)\left[n\,(r_1 + r_2) - d\,(n-1)\right]}$$

der Totalindex n bestimmt. Die auf diese Weise für vier Schweinslinsen gefundenen Grössen sind folgende:

Tabelle 28.

	Linse I	Linse II	Linse III	Linse IV
r_1	7,8779 mm	8,0562 mm	7,5851 mm	7,4507 mm
r_2	4,9757 mm	5,2349 mm	5,2341 mm	5,8890 mm
d	7,7025 mm	7,6593 mm	7,6162 mm	7,6243 mm
$S_2\Phi$ in Luft	4,8 mm	4,9 mm	—	—
$S_2\Phi$ in Salzlösung	—	—	18,9 mm	20,8 mm
n	1,5302	1,5408	1,5423	1,5343

---

[1]) Matthiessen, Beiträge zur Dioptrik der Krystalllinse. Erste Folge. Berlin-Eversbusch's Zeitschrift f. vergl. Augenheilkunde. Wiesbaden 1887. pg. 50.

[2]) Berlin, l. c. pg. 23.

[3]) Matthiessen, Ibid. pg. 59.

[4]) Matthiessen, Ibid. pg. 65.

[5]) Max Peschel, Experimentelle Untersuchungen über die Periscopie der Krystalllinse. Pflüger's Archiv f. d. ges. Physiologie. Bd. XX. 1879. pg. 338.

Es fällt hierbei sofort auf, dass der von Peschel gefundene Totalindex, der im Mittel $n = 1,5369$ beträgt, bedeutend höher ist als der von Matthiessen und auch der von mir gefundene. Um nun die Messungen mit einander vergleichen zu können, vernothwendigt sich die Berechnung der Brennweiten der Linse in Luft und in Augenflüssigkeit. Es mögen zugleich mit diesen auch die übrigen Cardinalpunkte der Krystalllinse berechnet werden. Wir benutzen hierzu die Formeln für die ungleichseitige Linse, wie sie Matthiessen[1]) giebt. Dieselben sind:

$$f = \frac{-nr_1r_2}{(n-1)\left[n(r_2-r_1)+(n-1)d\right]};\quad \varphi = -f = \frac{nr_1r_2}{(n-1)\left[n(r_2-r_1)+(n-1)d\right]};$$

$$-\alpha_1 = \frac{-r_1d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d};\quad -\alpha_2 = \frac{-r_2d}{n(r_2-r_1)+(n-1)d};$$

$$\varepsilon = d-(-\alpha_1+\alpha_2) = d\,\frac{(n-1)(d+r_2-r_1)}{n(r_2-r_1)+(n-1)d}.$$

Hierin bezeichnen f die vordere, φ die hintere Brennweite; α_1 und α_2 die beiden Hauptpunktsdistanzen und ε das Hauptpunktsinterstitium. Es ist ferner zu beachten, dass für die biconvexe Linse r_1 positiv und r_2 negativ zu nehmen sind.

Für die Linse des Schweines ist nun gefunden:

$$r_1 = 7,99 \text{ mm},\ r_2 = 6,07 \text{ mm},\ d = 7,6 \text{ mm},\ n = 1,5040,$$

darnach werden:

$$-f = \varphi = \frac{1,5040.\ 7,99.\ 6,07}{0,5040\left[1,5040.\ 14,06 - 0,5040.\ 7,6\right]} = 8,35813 \text{ mm};$$

$$-\alpha_1 = \frac{7,99.\ 7,06}{1,5040.\ 14,06-0,5040.\ 7,6} = 3,50685 \text{ mm};\ \alpha_2 = \frac{6,07.\ 7,06}{1,5040.\ 14,06-0,5040.\ 7,6} = 2,66415 \text{ mm};$$

$$\varepsilon = 7,6\,\frac{0,5040\,(6,07+7,99-7,6)}{1,5040.\ 14,06-0,5040.\ 7,6} = 1,42900 \text{ mm}.$$

Hieraus ergeben sich für die Oerter der beiden Brennpunkte, bezogen auf die Linsenscheitel S_1 und S_2:

Ort des vorderen Brennpunktes $S_1F = f - \alpha_1 = -8,358 \text{ mm} - 3,507 \text{ mm} = -4,851 \text{ mm}$,

Ort des hinteren Brennpunktes $S_2\Phi = \varphi - \alpha_2 = 8,358 \text{ mm} - 2,664 \text{ mm} = 5,694 \text{ mm}$.

Der Brechungsexponent der Augenflüssigkeit war $n_0 = 1,3350$ gefunden, wollen wir also die Brennweiten der Linse in derselben berechnen, so haben wir an Stelle von n zu setzen $n_1 = \frac{n}{n_0} = 1,1266$ und es ergeben sich daraus die folgenden Brennweiten, Hauptpunktsdistanzen und das Hauptpunktsinterstitium in Augenflüssigkeit

$$-f = \varphi = 29,011 \text{ mm};\ -\alpha_1 = 4,082 \text{ mm};\ \alpha_2 = 3,101 \text{ mm};\ \varepsilon = 0,418 \text{ mm}.$$

Ort des vord. Brennpunktes $S_1F = 21,829$ mm, Ort des hint. Brennpunktes $S_2\Phi = 25,910$ mm.

Die dioptrischen Constanten, welche Matthiessen für die von ihm untersuchte Linse findet, sind:

$$r_1 = 7,25 \text{ mm},\ r_2 = 5,5 \text{ mm},\ d = 7,5 \text{ mm},\ n = 1,4768.$$

Daraus ergiebt sich für die hintere Brennweite in Luft: $S_2\Phi = 5,393$ mm.

Da der Index der Augenflüssigkeiten ebenfalls $n_0 = 1,3350$ gefunden ist, so ist zur Berechnung der Brennweite in Augenflüssigkeit $n_1 = \frac{n}{n_0} = \frac{1,4768}{1,3350} = 1,1062$ zu setzen und es ergiebt sich hierfür: $S_2\Phi = 28,106$ mm.

[1]) Matthiessen, Grundriss der Dioptrik etc. § 35.

Es sind demnach für den Ort des hinteren Brennpunktes gefunden:

	Peschel		Matthiessen	Klingberg
	Linse I	Linse II		
in Luft:	4,8 mm	4,9 mm	5,393 mm	5,694 mm.
	Linse III	Linse IV		
in Augenflüssigkeit:	18,9 mm	20,8 mm	28,106 mm	25,910 mm.

Die Brennweiten, welche aus den von Matthiessen und von mir bestimmten Constanten folgen, sind also namentlich in Augenflüssigkeit bedeutend grösser als die von Peschel direct gemessenen. Nun ergiebt sich zwar für das Schweinsauge Matthiessen's eine Hypermetropie von 0,767 mm oder 2,77 Dioptrien, aber schon das aus meinen Messungen zusammengestellte, gewissermassen mittlere Auge ist in Gegensatz zu dem opthalmoskopischen Befunde der allgemeinen Hypermetropie myopisch. Wären daher die Dimensionen der von Peschel untersuchten Augen ähnliche, wie diejenigen der von Matthiessen und mir gemessenen Augen, so müsste ersterer die Brennweiten zu kurz gefunden haben. Dieser Annahme widerspricht aber die exacte Methode und angewendete Sorgfalt, die z. B. auch beim Rindsauge zu denselben Resultaten wie bei Matthiessen und Moennich geführt haben. Es sind nämlich von diesen für das Rindsauge gefunden, resp. ergeben sich aus ihren Messungen:

	Peschel		Matthiessen	Moennich
	Linse I	Linse II		
$S_2\Phi$ in Luft:	8,4 mm	10,4 mm	8,7 mm	9,4 mm.
	Linse III	Linse IV		
$S_2\Phi$ in Augenflüssigkeit:	35,2 mm	36,8 mm	37,0 mm	35,6 mm.

Es bleibt daher nur übrig, die kleine Brennweite der von Peschel gemessenen Linsen ihre Erklärung darin finden zu lassen, dass die Dimensionen der von ihm untersuchten Augen beträchtlich abweichen. Solche Abweichungen finden ihre Erklärung leicht in Raceverschiedenheiten. Dass diese solche mit sich führen ist wohl ohne Zweifel und es ist auch schon im ersten Theil dieser Untersuchungen pg. 17 die Vermuthung ausgesprochen, dass bei der Bestimmung der Corneakrümmung sich zeigende Verschiedenheit hierauf vielleicht zurückzuführen sei.

Es werden im Folgenden noch die Cardinalpunkte der als homogen angenommenen Linsen des Pferdes und des Schafes gegeben.

Für die Linse des Pferdes waren folgende Constanten gefunden;

$$r_1 = 18{,}85 \text{ mm}, \; r_2 = 11{,}19 \text{ mm}, \; d = 13{,}2 \text{ mm}, \; n = 1{,}5120,$$

daraus ergeben sich für die Linse in Luft:

$$f = -\varphi = 16{,}114 \text{ mm}, \; -\alpha_1 = 6{,}436 \text{ mm}, \; -\alpha_2 = -3{,}281 \text{ mm}, \; \varepsilon = 2{,}943 \text{ mm}.$$

Ort des vord. Brennpunktes $S_0F = -9{,}678$ mm, Ort des hint. Brennpunktes $S_2\Phi = 12{,}294$ mm, und in Augenflüssigkeit, deren Index $n_0 = 1{,}3360$ gefunden ist:

$$f = -\varphi = -56{,}205 \text{ mm}, \; -\alpha_1 = 7{,}714 \text{ mm}, \; -\alpha_2 = -4{,}579 \text{ mm}, \; \varepsilon = 0{,}907 \text{ mm}.$$

Ort des vord. Brennpunktes $S_0F = -48{,}492$ mm, Ort des hint. Brennpunktes $S_2\Phi = 51{,}626$ mm.

Die Constanten der Linse des Schafes sind:

$$r_1 = 9{,}8 \text{ mm}, \; r_2 = 8{,}0 \text{ mm}, \; d = 10{,}0 \text{ mm}, \; n = 1{,}5328,$$

als umgebendes Medium die Luft angenommen, folgen:

$$f = -\varphi = -10{,}273 \text{ mm}, \; -\alpha_1 = 4{,}464 \text{ mm}, \; -\alpha_2 = -3{,}644 \text{ mm}, \; \varepsilon = 1{,}893 \text{ mm}.$$

Ort des vord. Brennpunktes $S_1F = -5{,}809$ mm, Ort des hint. Brennpunktes $S_2\Phi = 6{,}629$ mm.

Für die Linse in Augenflüssigkeit, deren Brechungscoefficient $n_0 = 1{,}3360$ gemessen ist, so dass der relative Index $n_1 = \frac{n}{n_0} = \frac{1{,}6328}{1{,}3360} = 1{,}1473$ zu setzen, ist:

$f = -\varphi = 33{,}168$ mm, $-\alpha_1 = -5{,}172$ mm, $-\alpha_2 = -4{,}222$ mm, $\varepsilon = 0{,}606$ mm.
Ort des vord. Brennpunktes $S_1F = 27{,}996$ mm, Ort des hint. Brennpunktes $S_2\Phi = 28{,}946$ mm.

Wie unter den Dimensionen der Augen der Wirbelthiere einer und derselben Ordnung ähnliche Verhältnisse zu bestehen scheinen, namentlich gar, wenn die Thiere derselben Familie angehören und auch ähnliche Lebensweise führen[1]), so ergeben sich auch, wie Matthiessen[2]) bemerkt, mit der Familienverwandtschaft der Thiere anscheinend constante Verhältnisse der Oerter gleicher Cardinalpunkte und der Oerter der brechenden Flächen. Eine auffällige Bestätigung hierfür ergiebt sich aus der Lage der Cardinalpunkte des von Matthiessen untersuchten Löwenauges und eines von mir aus Messungen an mehreren Katzenaugen zusammengestellten mittleren Katzenauges[3]). Bei beiden Augen liegt der mittlere Hauptpunkt im Kammerwasser, der mittlere Knotenpunkt im Linsencentrum, ausserdem fallen bei beiden der Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut und das Linsencentrum zusammen.

Solche Verhältnisse festzustellen und vielleicht noch andere zwischen Lebensweise des Thieres und Bau seines Auges bestehende Beziehungen aufzufinden, ist unfraglich von grossem Interesse. Hierzu ist aber fortwährende Mehrung des bisher in nur geringem Masse vorliegenden Materials, also fernere Messungen der Constanten des Auges und vor allem auch Bestimmung der Lage der Cardinalpunkte nöthig. Daher mögen auch die Oerter der Cardinalpunkte der vorliegenden Augen berechnet werden.

D. Berechnung der Cardinalpunkte.

Die Berechnung der Cardinalpunkte des Wirbelthierauges aus den gemessenen Dimensionen und Brechungsexponenten lässt sich nach zwei verschiedenen Methoden durchführen. Entweder man geht von der homogen angenommenen Linse mit dem nach einer der Matthiessen'schen Formeln berechneten, oder dem direct gemessenen Totalindex aus; berechnet also die partiellen Brennweiten der drei brechenden Flächen, Hornhaut, vordere und hintere Linsenfläche und combinirt dann diese drei Systeme, oder aber man bildet das dioptrische System der geschichteten Linse unter Benutzung der Matthiessen'schen Differentialgleichungen und ihrer Integrale, combinirt es mit Kammerwasser und Glaskörper und vereinigt es darauf mit dem Hornhautsystem. Bei diesem letzteren Verfahren wird Rücksicht darauf genommen, dass die Linse nicht homogen ist, sondern ein System centrirter brechender Flächen bildet; es muss also die letztere Berechnung die genauere werden, woraus auch folgt, dass die Bestimmung des Brechungsindex der Corticalis und des Kerncentrums und Benutzung dieser Werthe für die Matthiessen'schen Integrale dem directen Messen des Totalindex vorzuziehen ist. Wir wollen die Oerter der Cardinalpunkte nach beiden Methoden berechnen, um die Grösse der sich ergebenden Abweichungen erkennen zu können.

Es wird zunächst eine Zusammenstellung der zur Berechnug nothwendigen Formeln gegeben und zwar wollen wir mit denjenigen Formeln beginnen, welche die Oerter der Cardinalpunkte des Auges mit homogener Linse liefern.

---

[1]) Matthiessen, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Auges von felis leo fem. Pflüger's Archiv f. d. ges. Physiologie. Bd. XXXV. Bonn 1884. pg. 75.

Klingberg, Ueber den physikalisch-optischen Bau des Auges der Hauskatze. Archiv d. Freude d. Naturg. in Mecklenburg. 42. Jahrg. Güstrow 1888. pg. 126.

[2]) Matthiessen, Beiträge zur Dioptrik der Krystalllinse. Erste Folge. Berlin-Eversbusch's Zeitschrift für vergleichende Augenheilkunde. Wiesbaden 1887. pg. 47.

[3]) Klingberg, l. c. pg. 130.

Sind die partiellen Brennweiten dreier aufeinanderfolgender brechender Flächen S_0, S_1, S_2 in Bezug auf die umgebenden Medien: $f_0, f_1, f_2; \varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$, ferner die Abstände der brechenden Flächen von einander $S_0S_1 = d_1$, $S_1S_2 = d_2$ und die Focalinterstitien der einzelnen brechenden Flächen

$$\Phi_0F_1 = f_1 - \varphi_0 + d_1, = J_1, \quad \Phi_1F_2 = f_2 - \varphi_1 + d_2 = J_2,$$

so gelten für die Oerter der Hauptbrennpunkte F und Φ folgende Kettenbrüche[1]):

$$\text{Ort des vorderen Hauptbrennpunktes } S_0F = f_0 + \cfrac{f_0\varphi_0}{J_1 + \cfrac{f_1\varphi_1}{J_2}},$$

$$\text{Ort des hinteren Hauptbrennpunktes } S_2\Phi = \varphi_2 - \cfrac{\varphi_2 f_2}{J_2 + \cfrac{\varphi_1 f_1}{J_1}},$$

wofür sich in Determinantenform ergeben:

$$S_0F = \begin{vmatrix} f_0 & \varphi_0 & 0 \\ -f_0 & J_1 & \varphi_1 \\ 0 & -f_1 & J_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & \varphi_1 \\ 0 & -f_1 & J_2 \end{vmatrix}, \quad S_2\Phi = \begin{vmatrix} \varphi_2 & \varphi_2 & 0 \\ f_2 & J_2 & J_1 \\ 0 & -f_1 & J_1 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & \varphi_1 \\ 0 & -f_1 & J_2 \end{vmatrix}.$$

Für den Nenner führt Matthiessen den Ausdruck Interstitialdeterminante ein und bezeichnet ihn mit R_2, so folgen dann:

$$S_0F = f_0 + \frac{f_0\varphi_0J_2}{R_2}; \quad S_2\Phi = \varphi_2 - \frac{f_2\varphi_2J_1}{R_2}.$$

Sind nun $F_0, F_1, F_2; \Phi_0, \Phi_1, \Phi_2$ die partiellen Brennpunkte der drei brechenden Flächen, so werden:

$$S_1F_1 = \begin{vmatrix} f_1 & \varphi_1 \\ -f_1 & J_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{vmatrix} = f_1 + \frac{f_1\varphi_1}{J_2}.$$

$$S_2F_2 = \begin{vmatrix} f_2 & \varphi_2 \\ -f_2 & J_3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & J_3 \end{vmatrix} = f_2 + \frac{f_2\varphi_2}{J_3} = f_2, \text{ da } f_3 = \infty,$$

ebenso werden: $S_0\Phi_0 = \varphi_1$; $S_1\Phi_1 = \varphi_1 - \frac{\varphi_1 f_1}{J_1}$.

Die Hauptbrennweiten f und φ werden:

$$f = S_0F \frac{S_1F_1 \times S_2F_2}{(S_1F_1 + d_1)(S_2F_2 + d_2)}, \quad \varphi = S_2\Phi \frac{S_0\Phi_0 \times S_1\Phi_1}{(S_0\Phi_0 - d_1)(S_1\Phi_1 - d_2)},$$

also wird:

$$f = \frac{f_0\left[J_2(J_1 + \varphi_0) + f_1\varphi_1\right] f_1 (J_2 + \varphi_1) f_2}{R_2\left[J_2(f_1 + d_1) + f_1\varphi_1\right](f_2 + d_2)},$$

und da $f_1 + d_1 = J_1 + \varphi_0$; $f_2 + d_2 = J_2 + \varphi_1$, so ergiebt sich: $f = \frac{f_0 f_1 f_2}{R_2}$ und ebenso $\varphi = \frac{\varphi_0\varphi_1\varphi_2}{R_2}$.

Die beiden Hauptpunktsdistanzen α_1 und α_2 und die beiden Knotenpunktsdistanzen $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ ergeben sich aus:

$H\alpha S_0 = \alpha_1 = f - S_0F$, $H\beta S_2 = \alpha_2 = \varphi - S_2\Phi$; $K\alpha S_0 = \varkappa_1 = f + \varphi - \alpha_1$, $K\beta S_2 = \varkappa_2 = f + \varphi - \alpha_2$.

Bezeichnen wir nun mit r_0 den Radius der Hornhaut; mit r_1 und r_2 die Krümmungsradien der Linse, mit n_0 den Brechungsexponenten der Augenflüssigkeiten und mit n den Totalindex der Linse, so sind die zur Berechnung der Cardinalpunkte nöthigen Formeln die folgenden:

---

[1]) Matthiessen, Dioptrik. § 23 ff.

Ders., Allgemeine Formeln zur Bestimmung der Cardinalpunkte eines brechenden Systems combinirter sphaerischer Flächen mittelst Kettenbruch-Determinanten dargestellt. Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik XXIX. 1884. pg. 345.

Matthiessen, Beiträge z. Dioptrik etc. pg. 10.

$$f_0 = \frac{-r_0}{n_0 - 1}, \quad f_1 = \frac{-r_1}{n/n_0 - 1} = \frac{-n_0 r_1}{n - n_0}, \quad f_2 = \frac{-r_2}{n_0/n - 1} = \frac{-n r_2}{n_0 - n}.$$

$$\varphi_0 = \frac{-n_0 r_0}{n_0 - 1}, \quad \varphi_1 = \frac{n r_1}{n - n_0}, \quad \varphi_2 = \frac{n_0 r_2}{n_0 - n}.$$

$$f = \frac{f_0 f_1 f_2}{R_2}; \quad \varphi = \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{R_2};$$

$$\alpha_1 = f - \left(f_0 + \frac{f_0 \varphi_0 J_2}{R_2}\right), \quad \alpha_2 = \varphi - \left(\varphi_2 - \frac{\varphi_2 f_2 J_1}{R_2}\right);$$

$$\varkappa_1 = \varphi - \left(f_0 + \frac{f_0 \varphi_0 J_2}{R_2}\right), \quad \varkappa_2 = f + \left(\varphi_2 - \frac{\varphi_2 f_2 J_1}{R_2}\right).$$

Die Formeln, welche die Kardinalpunkte des Auges mit geschichteter Linse ergeben, sind die folgenden:

I. Hornhautsystem. Da in Folge der geringen Dicke der Hornhaut, wie wir beim Pferdeauge sahen, die Hauptpunkte in geringer Entfernung vom Scheitel zusammenfallen, sehen wir die Hornhaut als eine einzige brechende Fläche an. Ihr Krümmungsradius sei r_0, Brechungsindex der Augenflüssigkeiten sei n_0, dann ergeben sich die Brennweiten aus:

$$(1)\quad f_0 = -\frac{r_0}{n_0 - 1}; \quad \varphi_0 = \frac{n_0 r_0}{n_0 - 1} = r_0 - f_0.$$

II. Das Linsensystem. Bei der Berechnung des Totalindex der Krystalllinse sind bereits die von Matthiessen aufgestellten dioptrischen Differentialgleichungen und ihre Integrale gegeben, es waren:

$$f = -\frac{rb}{2\zeta y}\left\{1 + \frac{1}{3}\zeta\frac{y^2}{br} - \zeta^2\left[\frac{1}{3}\frac{y^2}{b^2 r} - \frac{1}{10}\frac{y^4}{b^3 r} + \frac{7}{90}\frac{y^4}{b^2 r^2}\right]\right\},$$

$$-\alpha_1 = \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}\zeta\frac{y^2}{b} + \frac{1}{12}\zeta\frac{y^3}{b^2} + \frac{1}{12}\zeta\frac{y^3}{br},$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}\zeta\frac{y^2}{b} - \frac{1}{4}\zeta\frac{y^3}{b^2} + \frac{1}{12}\zeta\frac{y^3}{br}.$$

Wird hierin $y = b$ gesetzt, so folgen:

$$f = -\frac{r}{2\zeta}\left\{1 + \frac{1}{3}\zeta\frac{b}{r} - \zeta^2\left[\frac{1}{3}\frac{b}{r} - \frac{1}{10}\frac{b}{r} + \frac{7}{90}\frac{b^2}{r^2}\right]\right\},$$

$$-\alpha_1 = \frac{1}{2}b - \frac{1}{3}\zeta b + \frac{1}{12}\zeta b + \frac{1}{12}\zeta\frac{b^2}{r},$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}b + \frac{1}{3}\zeta b - \frac{1}{4}\zeta b + \frac{1}{12}\zeta\frac{b^2}{r}.$$

Werden in der Gleichung für die negative Brennweite die mit ζ^2 behafteten Glieder wegen ihrer Kleinheit vernachlässigt und in den Gleichungen für die Hauptpunktsdistanzen die Glieder zusammengezogen, so ergeben sich:

$$f = -\left(\frac{r}{2\zeta} + \frac{1}{6}b\right), \quad \varphi = -(1+\zeta)f = (1+\zeta)\left(\frac{r}{2\zeta} + \frac{1}{6}b\right);$$

$$-\alpha_1 = \frac{b}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b}{r}\right), \quad \alpha_2 = \frac{b}{r}\left(1 + \frac{1}{6}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b}{r}\right).$$

In diese Gleichungen sind für die vordere Linsenhälfte $r = r_1$, $b = b_1$ und für die hintere Linsenhälfte $r = r_2$, $b = b_2$ einzusetzen, wenn mit r_1 und r_2, b_1 und b_2 dieselben Constanten bezeichnet werden wie vorher.

1. Vordere Linsenhälfte. Wir berechnen Haupt- und Brennpunkte der vorderen Linsenhälfte unter der Annahme, dass vor derselben Corticalsubstanz, hinter derselben Kernsubstanz sich befindet und combiniren diese Linsenhälfte mit der Augenflüssigkeit. α_1' und α_2' seien die Hauptpunktsdistanzen der noch nicht mit Kammerwasser combinirten vorderen Linsenhälfte.

Für die vordere Linsenfläche (vorne Kammerwasser, hinten Corticalis) sind dann:

$$(2)\ f_1 = \frac{-r_1}{n_1 - 1},\quad \varphi_1 = \frac{n_1 r_1}{n_1 - 1},$$

wo n_1 den relativen Index der Augenflüssigkeit und der Corticalis bezeichnet, also $n_1 = \frac{N_1}{n_0}$ zu setzen ist. Es ist dann weiter:

$$(3)\ f_2 = -\left(\frac{r_1}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_1\right),\quad \varphi_2 = (1 + \zeta)\left(\frac{r_1}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_1\right).$$

$$(4)\ \begin{cases} -\alpha_1' = \frac{1}{2} b_1 \left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_1}{r_1}\right). \\ +\alpha_2' = \frac{1}{2} b_1 \left(1 + \frac{1}{6}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_1}{r_1}\right). \end{cases}$$

Das Hauptpunktsinsterstitium wird wird $\varepsilon = b - (-\alpha_1' + \alpha_2')$.

Die Combination mit der Augenflüssigkeit geschieht durch die folgenden Formeln, welche also die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der vorderen Linsenhälfte liefern:

$$(5)\quad f = \frac{f_1 f_2}{f_2 - \varphi_1 + D},\quad \varphi = \frac{-\varphi_1 \varphi_2}{f_2 - \varphi_1 + D}.$$

$$(6)\ -\alpha_1 = \frac{f_1 D}{f_2 - \varphi_1 + D},\quad \alpha_2 = -\frac{\varphi_2 D}{f_2 - \varphi_1 + D}.$$

Hierin ist $D = -\alpha_1'$ zu setzen. Der Abstand der beiden Hauptpunkte vom Scheitel S_1 und vom Kerncentrum M ist:

$$H_{1,1}S_1 = -\alpha_1;\quad H_{2,1}M = \alpha_2' + \alpha_2;\quad \varepsilon = b_1 - (H_{1,1}S_1 + H_{2,1}M).$$

2. Hintere Linsenfläche. Sind die beiden Hauptpunktsdistanzen der noch mit Glaskörper combinirten Linsenfläche α_1'' und α_2'', dann sind unter den entsprechenden Voraussetzungen:

$$(7)\ f_1 = -(1 + \zeta)\left(\frac{r_2}{\zeta} + \frac{1}{6} b_2\right);\quad \varphi_1 = \left(\frac{r_2}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_2\right).$$

$$(8)\ \begin{cases} -\alpha_1'' = \frac{1}{2} b_2 \left(1 + \frac{1}{6}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_2}{r_2}\right), \\ \alpha_2'' = \frac{1}{2} b_2 \left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_2}{r_2}\right); \end{cases}$$

$$\varepsilon = b_2 - (-\alpha_1'' + \alpha_2'').$$

$$(9)\ f_2 = \frac{-n_1 r_2}{n_1 - 1};\quad \varphi_2 = \frac{r_2}{n_1 - 1}.$$

Für die Combination mit Augenflüssigkeit gelten die Formeln (5) und (6), in welchen $D = \alpha_2''$ zu setzen ist. Für die Oerter der Hauptpunkte, bezogen auf den hinteren Linsenscheitel und das Kerncentrum, ferner für das Interstitium der hinteren Linsenhälfte ergaben sich:

$$H_{1,2}M = -(\alpha_1 + \alpha_2''),\ H_{2,2}S_2 = \alpha_2;\quad \varepsilon = b - (H_{1,2}M + H_{2,2}S_2).$$

3. Das ganze Linsensystem. Es werden die beiden berechneten Systeme der vorderen und hinteren Linsenhälfte mit Hülfe der Formeln (5) und (6) combinirt. In diesen ist

$$D = H_{2,1}M + H_{1,2}M$$

zu setzen. Die Abstände der Hauptpunkte von den Linsenscheiteln werden:

$$Ha\,S_1 = H_{1,1}S_1 - \alpha_3, \quad Hb\,S_2 = H_{2,2}S_2 + \alpha_4$$

wenn unter α_3 und α_4 die sich aus Combination der beiden Linsenhälften ergebenden Hauptpunktsdistanzen verstanden werden.

III. Das ganze Auge. Die Kardinalpunkte des ganzen Auges folgen aus Combination des Hornhautsystems mit der ganzen Linse mit Hülfe der Gleichungen (5) und (6), in welchen D gleich dem Abstande des ersten Hauptpunktes der Linse vom Scheitel der Cornea S_0 zu setzen ist.

Sind α_1 und α_2 die Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges, F und Φ die Hauptbrennpunkte, $H\alpha$ und $H\beta$ die Hauptpunkte, $K\alpha$ und $K\beta$ die Knotenpunkte, so sind:

$$H\alpha\,S_0 = -\alpha_1, \quad H\beta\,S_0 = -(\alpha_2 + Hb\,S_2) + S_0\,S_2;$$
$$F\,S_0 = f + H\alpha\,S_0, \quad \Phi\,S_0 = \varphi + H\beta\,S_0;$$
$$K\alpha\,S_0 = \Phi\,S_0 - H\beta\,S_0 + F\,S_0, \quad K\beta\,S_0 = K\alpha\,S_0 + \varepsilon.$$

Aus Combination der Gleichungen (3) und (7) nach den Formeln (5) und (6), in welchen für f_1 die Brennweite f_2 der vorderen Linsenhälfte, für f_2 die Brennweite f_1 der hinteren Linsenhälfte und für φ_1 und φ_2 die entsprechenden Werthe, ferner $D = \alpha_1' - \alpha_1''$ zu setzen sind, ergiebt sich für die Brennweite der in Corticalis suspendirt gedachten Linse:

$$\frac{1}{f} = -\frac{2\zeta}{r_1\,r_2}\left\{(r_1 + r_2) - \frac{1}{3}\,\zeta\,\frac{b_1\,r_2^2 + b_2\,r_1^2}{r_1\,r_2} - \zeta\,(b_1 + b_2)\right\},$$

welche Gleichung unter der Voraussetzung, dass sich $r_1 : r_2 = b_1 : b_2$ verhält, wie bei der Berechnung des Totalindex schon bemerkt ist, übergeht in:

$$\frac{1}{f} = -\frac{2\zeta}{r_1\,r_2}\left\{(r_1 + r_2) - \frac{4}{3}\,\zeta\,(b_1 + b_2)\right\}.$$

Da nun für das Auge der Hauskatze diese Voraussetzung angenähert zutrifft, so dass in Rücksicht darauf, dass das hierdurch beeinflusste Glied den Factor ζ^2 enthält, der eventuelle Fehler ausserhalb der Beobachtungsgrenzen liegt, mögen die Cardinalpunkte des Katzenauges mit geschichteter Linse, die im folgenden ebenfalls gegeben werden sollen, unter Benutzung dieser modificirten Formel für die Brennweite und der entsprechenden für die Hauptpunktsdistanzen berechnet werden.[1])

Es werden demnach zunächst die Cardinalpunkte der Linse in Corticalis berechnet und darauf wird die Combination mit der Augenflüssigkeit vorgenommen.

Es ergiebt sich zunächst für die Brennweite:

$$f = -\varphi = -\frac{r_1\,r_2}{2\zeta}\left\{\frac{1}{(r_1 + r_2) - \frac{4}{3}\,\zeta\,(b_1 + b_2)}\right\} = -\frac{r_1\,r_2}{2\zeta}\left\{\frac{(r_1 + r_2) + \frac{4}{3}\,\zeta\,(b_1 + b_2)}{(r_1 + r_2) - \frac{16}{9}\,\zeta^2\,(b_1 + b_2)^2}\right\}$$

und unter Vernachlässigung des Gliedes mit dem Factor ζ^3:

$$(10)\quad f = -\varphi = -\frac{r_1\,r_2}{2\zeta}\left\{(r_1 + r_2) + \frac{4}{3}\,\zeta\,(b_1 + b_2)\right\}.$$

Die beiden Oerter der Hauptpunkte H_1 und H_2 bezogen auf die Linsenscheitel werden, wenn α_1 den Abstand des ersten Hauptpunktes der Combination vom ersten Hauptpunkt der vordern Linsenfläche und α_2 den entsprechenden Werth für den zweiten Hauptpunkt bezeichnen:

---

[1]) cf. Matthiessen, Beiträge zur Dioptrik etc. Erste Folge. pg. 10.

$$
(11)\begin{cases}
H_1 S_1 = -(\alpha_1' + \alpha_1) = \frac{b_1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right) \\
\qquad + \frac{1}{2} r_1 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\left\{1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta\frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{3}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right\}, \\
H_2 S_2 = \alpha_2'' + \alpha_2 = \frac{b_2}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_2}{r_2}\right) \\
\qquad + \frac{1}{2} r_2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\left\{1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta\frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{3}\zeta\frac{b_2}{r_2}\right\}.
\end{cases}
$$

Die Combination mit Kammerwasser geschieht mit Hülfe der Formeln (5) und (6), in welchen:

$$
f_1 = \frac{-r_1}{n_1 - 1}, \quad \varphi_1 = \frac{-n_1 r_1}{n_1 - 1}, \quad \text{wo } n_1 = \frac{N_1}{n_0};
$$

$$
f_2 = f, \quad \varphi_2 = \varphi; \quad D = H_1 S_1
$$

und ebenso mit Augenflüssigkeit, indem

$$
f_1 = \frac{-n_2 r_2}{n_2 - 1}; \quad \varphi_2 = \frac{r_2}{n_2 - 1}, \quad \text{wo } n_2 = \frac{n_0}{N_1};
$$

$$
f_2 = f, \quad \varphi_2 = \varphi; \quad D = H_2 S_2 + \frac{\varphi_2 H_1 S_1}{f_2 - \varphi_1 + H_1 S_1}
$$

gesetzt werden.

Hieraus folgen dann die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen der Linse in Augenflüssigkeit und darauf durch Combination mit der Hornhaut die Cardinalpunkte des ganzen Auges.

Der Schluss der Arbeit wird, da der zur Verfügung stehende Raum den ganzen Abdruck noch nicht zulässt, später als dritter Theil erscheinen.

Beiträge

zur

Dioptrik der Augen einiger Hausthiere

von

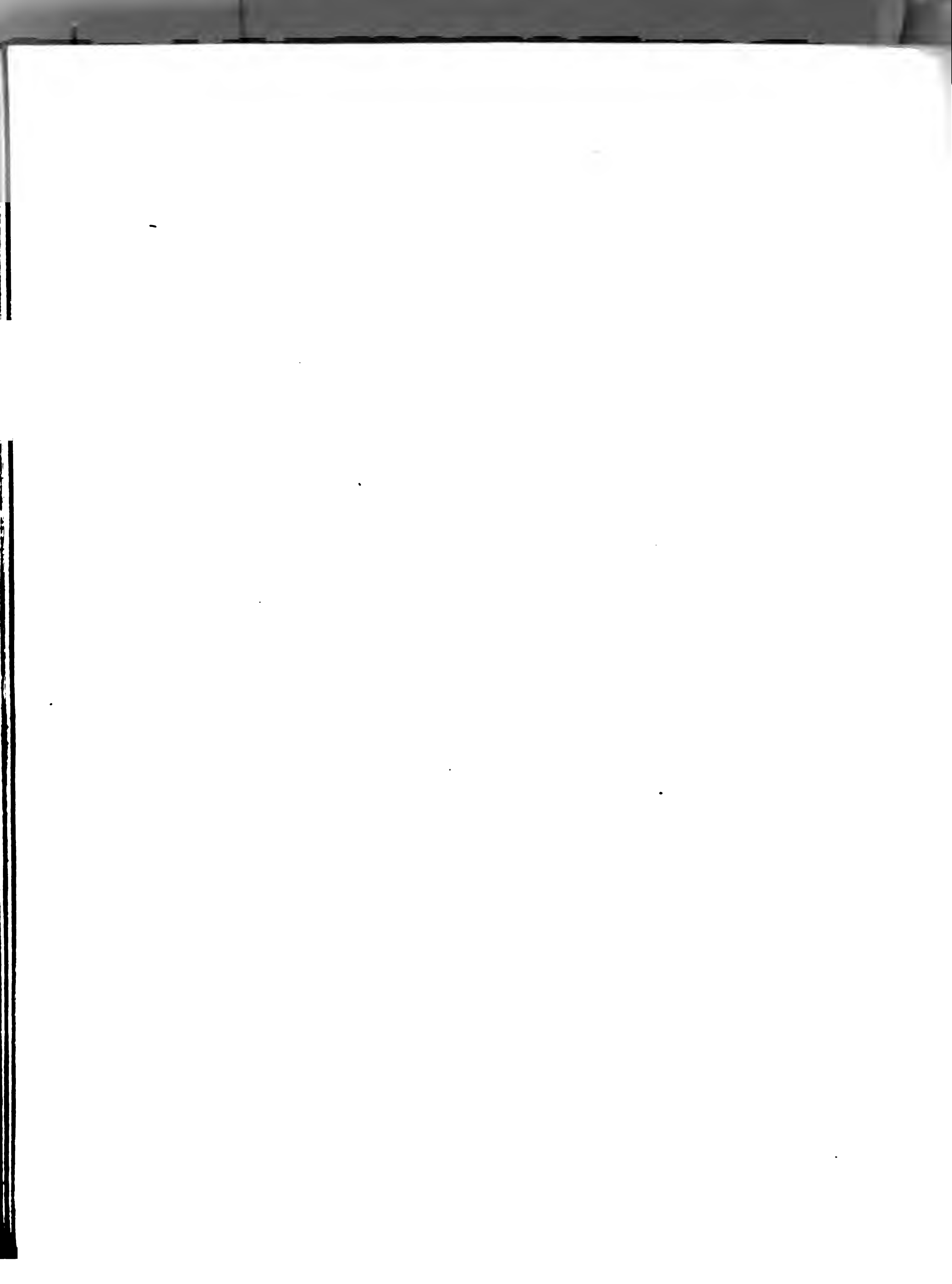
A. Klingberg.

Dritter Theil.

Wissenschaftliche Beilage zum Programm der Domschule 1892.

Güstrow.
Druck der Rathsbuchdruckerei.
1892.

1892. Progr. Nr. 646.



Es wird der Berechnung der Cardinalpunkte eines jeden Auges eine Zusammenstellung der Constanten, so weit solche bisher bekannt sind, vorausgeschickt werden.

I. Die Cardinalpunkte des Pferdeauges.

Tabelle der Constanten des Pferdeauges.

Tabelle 29.

Gemessene Objecte.		Soemmer.	Matthies.	Berlin	Koschel	Klingberg
		mm	mm	mm	mm	mm
Radius der Cornea	r_0	16,5	19,75	—	—	—
„ „ „ im horizontalen Meridian	ρ_h	—	—	19,5	18,75	17,33
„ „ „ im vertikalen Meridian	ρ_v	—	—	17,0	16,6	17,24
Radius der vorderen Linsenfläche	r_1	11,3	21,0	13,5	14,0	18,85
„ „ hinteren Linsenfläche	r_2	10,2	13,0	9,5	10,1	11,19
Ort der vorderen Linsenfläche	d_1	5.1	5,5	8,5	5,5	7,2
„ des Kerncentrums	$d_1 + b_1$	—	10,0	—	—	12,9
„ der hinteren Linsenfläche	$d_1 + d_2$	18,1	18,5	21,75	17,1	20,4
„ der Retina R.	—	42,0	44,75	43,5	38,8	43,3
Brechungsindex der Augenflüssigkeiten	n_0	—	1,3350	1,3360	—	1,3360
„ der Corticalis	N_1	—	1,3870	—	—	1,3917
„ des Kerncentrums	N_m	—	1,4458	1,4341	—	1,4512

Bei den von verschiedenen Untersuchern gefundenen Resultaten fällt ausser den schon früher erwähnten Abweichungen für die Oerter der Linsenscheitel auf, dass Soemmering, Berlin und Koschel den Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche kleiner finden, als den der Hornhaut, während Matthiessen und ich das Umgekehrte finden. Abweichungen dieser Art erklären sich durch die individuelle Verschiedenheit der Thiere, deren Augen untersucht sind. Wie gross diese Verschiedenheiten sind, geht z. B. daraus hervor, dass unter den von mir untersuchten Augen für den Ort der vorderen Linsenfläche als kleinster Werth 5,7 mm, als grösster 8,2 mm, für den Ort der Retina als kleinster Werth 42,2 mm, als grösster 44,4 mm gefunden wurden.

Die Berechnung möge für den horizontalen Hornhaut-Meridian durchgeführt werden, so dass im folgenden $r_0 = \rho_h$ zu setzen ist.

Das Auge mit homogener Linse. Der absolute Totalindex der Linse

$$n = N_1 \left(1 + 2\zeta + \frac{4}{3}\zeta^2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\right), \text{ wo } \zeta = \frac{N_m - N_1}{N_1},$$

ist bereits früher $n = 1{,}3917 . 1{,}0866 = 1{,}5122$[1]) bestimmt worden. Es ist ferner:

$$n_1 = \frac{n}{n_0} = \frac{1{,}5122}{1{,}3360} = 1{,}1319, \qquad N_2 = \frac{n_0}{n} = \frac{1{,}3360}{1{,}5122} = 0{,}8934.$$

[1]) Es ist Theil II pg. 11 (pg. 33) drittletzte und letzte Zeile $n = 1{,}5122$ zu lesen.

Hieraus resultiren für die Partialbrennweiten:

$$f_0 = \frac{-r_0}{n_0 - 1} = -51{,}577 \text{ mm}, \quad \varphi_0 = \frac{n_0 r_0}{n_0 - 1} = 68{,}907 \text{ mm},$$

$$f_1 = \frac{-r_1}{n_1 - 1} = -142{,}933 \text{ mm}, \quad \varphi_1 = \frac{n_1 r_1}{n_1 - 1} = 161{,}783 \text{ mm},$$

$$f_2 = \frac{-r_2}{n_2 - 1} = -96{,}043 \text{ mm}, \quad \varphi_2 = \frac{n_2 r_2}{n_2 - 1} = 84{,}853 \text{ mm},$$

ferner für die Focalinterstitien und die Interstitialdeterminante:

$$J_1 = f_1 - \varphi_0 + d_1 = -204{,}640 \text{ mm}, \quad J_2 = f_2 - \varphi_1 + d_2 = -214{,}626 \text{ mm},$$

$$R_2 = J_1 J_2 + f_1 \varphi_1 = 50060{,}414 - 23124{,}086 = 26936{,}328,$$

und es werden die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges:

$$H\alpha F = f = \frac{f_0 f_1 f_2}{R_2} = -26{,}286 \text{ mm}; \quad H\beta\Phi = \varphi = \frac{\varphi_0 \varphi_1 \varphi_2}{R_2} = 35{,}118 \text{ mm}.$$

$$H\alpha S_0 = \alpha_1 = f - \left(f_0 + \frac{f_0 \varphi_0 J_2}{R_2}\right) = -26{,}286 - (-51{,}577 + 32{,}277) = -6{,}985 \text{ mm}.$$

$$H\beta S_2 = \alpha_2 = \varphi - \left(\varphi_2 - \frac{\varphi_2 f_2 J_1}{R_2}\right) = 35{,}118 - (84{,}853 + 61{,}914) = 12{,}179 \text{ mm}.$$

Für die Knotenpunktsdistanzen und das Hauptpunktsinterstitium ergeben sich:

$$S_0 K\alpha = \varkappa_1 = \varphi - \left(f_0 + \frac{f_0 \varphi_0 J_2}{R_2}\right) = -15{,}817; \quad S_0 K\beta = \varkappa_2 = f + \left(\varphi_2 - \frac{\varphi_2 f_2 J_1}{R_2}\right) = 17{,}054 \text{ mm}.$$

$$H\alpha H\beta = \varepsilon = S_0 S_2 + \alpha_1 - \alpha_2 = 1{,}237 \text{ mm}.$$

Hieraus folgen für die Oerter der Cardinalpunkte des Pferdeauges mit homogener Linse:

Ort des vorderen Hauptbrennpunktes $S_0 F = f - \alpha_1 = -19{,}301$ mm.
Ort des ersten Hauptpunktes $S_0 H\alpha = -\alpha_1 = 6{,}985$ mm.
Ort des zweiten Hauptpunktes $S_0 H\beta = S_0 S_2 - \alpha_2 = 8{,}222$ mm.
Ort des ersten Knotenpunktes $S_0 K\alpha = f + \varphi - \alpha_1 = 15{,}817$ mm.
Ort des zweiten Knotenpunktes $S_0 K\beta = S_0 S_2 + f + \varphi - \alpha_2 = 17{,}054$ mm.
Ort des hinteren Hauptbrennpunktes $S_0 \Phi = S_0 S_2 + \varphi - \alpha_2 = 43{,}339$ mm.
Hauptpunktsinterstitium $H\alpha H\beta$ $\varepsilon = 1{,}237$ mm.

Wird die Länge der Augenaxe mit $S_0 R$ bezeichnet, so ist $S_0 R = 43{,}3$ mm gemessen. Daraus folgt für den horizontalen Meridian des Auges mit homogener Linse eine Hypermetropie von 0,0393 mm. Zur Berechnung der Grösse in Dioptrien[1]) gehen wir wieder aus von der Brennpunktscoordinatenformel:

$$\xi_0 \xi_1 = f \varphi.$$

Es wird $\xi_1 = -0{,}0393$ mm und es hat demnach das Auge eine Ametropie von $D = \frac{-0{,}0393.\ 1000}{f.\varphi.}$ $= 0{,}04$ Dioptrien.

Der Krümmungsradius der Cornea im vertikalen Meridian ist $\rho_v = 17{,}24$ gemessen. Berechnen wir auch für diesen die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen, so ergeben sich:

---

[1]) cf. I. Theil pg. 12.

$$f_0 = -51{,}2798 \text{ mm}, \quad f_1 = -142{,}93299 \text{ mm}, \quad f_2 = -96{,}0433 \text{ mm}.$$
$$\varphi_0 = 68{,}5098 \text{ mm}, \quad \varphi_1 = 161{,}7827 \text{ mm}, \quad \varphi_2 = 84{,}8530 \text{ mm}.$$
$$J_1 = -204{,}2428 \text{ mm}, \quad J_2 = -244{,}6260 \text{ mm}, \quad R_2 = 26840{,}26.$$
$$H\alpha F = f = -26{,}2276 \text{ mm}, \quad H\beta\Phi = \varphi = 35{,}0401 \text{ mm}.$$
$$H\alpha S_0 = \alpha_1 = -6{,}9573 \text{ mm}, \quad H\beta S_2 = \alpha_2 = 12{,}2020 \text{ mm}.$$
$$H\alpha H\beta = \varepsilon = 1{,}2407 \text{ mm}.$$

Demnach werden die Oerter der Cardinalpunkte:

Oerter der beiden Hauptbrennpunkte $S_0 F = 19{,}270$ mm; $S_0 \Phi = 43{,}238$ mm.

" " " Hauptpunkte $S_0 H\alpha = 6{,}957$ mm; $S_0 H\beta = 8{,}198$ mm.

" " " Knotenpunkte $S_0 K\alpha = 15{,}770$ mm; $S_0 K\beta = 17{,}011$ mm.

Hauptpunktsinterstitium $H\alpha H\beta = 1{,}241$ mm.

Hieraus folgt eine Myopie von 0,062 mm; es wird also $\xi_1 = 0{,}062$ mm, und es hat demnach das Auge für den vertikalen Meridian der Cornea eine Ametropie von $D = \frac{0{,}062.\ 1000}{f\varphi} = -0{,}07$ Dioptrien.

Das Auge mit geschichteter Linse. Wir berechnen die Cardinalpunkte des Auges für den horizontalen Meridian der Cornea.

I. Hornhautsystem. Die Constanten sind:

$$r_0 = 17{,}33 \text{ mm}; \quad n_0 = 1{,}3360,$$

daraus folgen die Brennweiten:

$$f_0 = -\frac{r_0}{n_0 - 1} = -51{,}5774 \text{ mm}; \quad \varphi_0 = \frac{n_0 r_0}{n_0 - 1} = 68{,}9074 \text{ mm}.$$

II. Das Linsensystem.

a) Vordere Linsenhälfte. Wir berechnen Hauptpunktsdistanzen und Brennweiten unter der Annahme, dass vor derselben Corticalsubstanz, hinter derselben Kernsubstanz sich befindet. Die Constanten sind:

$$r_1 = 18{,}85 \text{ mm}, \quad b_1 = 5{,}7 \text{ mm}, \quad n_0 = 1{,}3360, \quad N_1 = 1{,}3917, \quad N_m = 1{,}4512.$$

Hieraus folgen nach den früher gegebenen Formeln:

$$f_1 = -\frac{r_1}{n_1 - 1} = -452{,}1320 \text{ mm}; \quad \varphi_1 = \frac{n_1 r_1}{n_1 - 1} = 470{,}9820 \text{ mm};$$

$$f_2 = -\left(\frac{r_1}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_1\right) = -221{,}3999 \text{ mm}; \quad \varphi_2 = (1 + \zeta)\left(\frac{r_1}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_1\right) = 230{,}8637 \text{ mm};$$

$$-\alpha_1' = \frac{1}{2} b_1\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right) = 2{,}7952 \text{ mm},$$

$$\alpha_2' = \frac{1}{2} b_1\left(1 + \frac{1}{6}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right) = 2{,}8764 \text{ mm};$$

$$\varepsilon = b_1 - (-\alpha_1' + \alpha_2') = 0{,}0284 \text{ mm}.$$

Die Combination mit Augenflüssigkeit, bei der $D = -\alpha_1'$ zu setzen ist, giebt dann die folgenden Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der vorderen Linsenhälfte:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_2 - \varphi_1 + D} = -145{,}1623 \text{ mm}; \quad \varphi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{f_2 - \varphi_1 + D} = 157{,}6787 \text{ mm}.$$

$$-\alpha_1 = \frac{f_1 D}{f_2 - \varphi_1 + D} = 1{,}8327 \text{ mm}; \quad \alpha_2 = \frac{\varphi_2 D}{f_2 - \varphi_1 + D} = 0{,}9358 \text{ mm}.$$

Die Oerter der beiden Hauptpunkte, bezogen auf den Scheitel der vorderen Linsenfläche S_1 und auf das Kerncentrum M sind:

$$H_{1,1} S_1 = -\alpha_1 = 1{,}8327 \text{ mm}, \; H_{2,1} M = \alpha_2' + \alpha_2 = 3{,}8123 \text{ mm};$$

demnach: $H_{1,1} H_{1,2} = \varepsilon = b_1 - (H_{1,1} S_1 + H_{2,1} M) = 0{,}0550$ mm.

b) Hintere Linsenhälfte. Die Constanten sind:

$$r_2 = 11{,}19 \text{ mm}; \; b_2 = 7{,}5 \text{ mm}; \; n_0 = 1{,}3360; \; N_1 = 1{,}3917, \; N_m = 1{,}4512,$$

aus diesen folgen:

$$f_1 = -(1+\zeta)\left(\frac{r_2}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_2\right) = -137{,}7459 \text{ mm}, \; \varphi_1 = \left(\frac{r_2}{2\zeta} + \frac{1}{6} b_2\right) = 132{,}1766 \text{ mm};$$

$$f_2 = -\frac{n_1 r_2}{n_1 - 1} = -279{,}5910 \text{ mm}, \; \varphi_2 = \frac{r_2}{n_1 - 1} = 268{,}4010 \text{ mm};$$

$$-\alpha_1'' = \frac{1}{2} b_2 \left(1 + \frac{1}{6}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_2}{r_2}\right) = 3{,}7946 \text{ mm},$$

$$\alpha_2'' = \frac{1}{2} b_2 \left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta \frac{b_2}{r_2}\right) = 3{,}6877 \text{ mm};$$

$$\varepsilon = b_2 - (-\alpha_1'' + \alpha_2'') = 0{,}0177 \text{ mm}.$$

Für die Combination mit Augenflüssigkeit ist $D = \alpha_2''$ zu setzen. Es resultiren die Werthe:

$$f = -94{,}4039 \text{ mm}, \; \varphi = 86{,}9058 \text{ mm}; \; -\alpha_1 = 1{,}2451 \text{ mm}, \; \alpha_2 = 2{,}4259 \text{ mm}.$$

Demnach werden die Oerter der Hauptpunkte bezogen auf den hinteren Linsenscheitel S_2 und das Kerncentrum M:

$$H_{1,2} M = -(\alpha_1 + \alpha_1'') = -5{,}0398 \text{ mm}; \; H_{2,2} S_2 = \alpha_2 = 2{,}4259 \text{ mm}.$$

$$H_{1,2} H_{2,2} = \varepsilon = b_2 - (H_{1,2} M + H_{2,2} S_2) = 0{,}0343 \text{ mm}.$$

c) Das ganze Linsensystem Es werden die beiden berechneten Systeme der vorderen und hinteren Linsenhälften combinirt. Die dioptrischen Elemente sind:

$$f_1 = -145{,}1623 \text{ mm}, \; \varphi_1 = 157{,}6787 \text{ mm};$$

$$f_2 = -94{,}4039 \text{ mm}, \; \varphi_2 = 86{,}9058 \text{ mm};$$

$$D = H_{2,1} M + H_{1,2} M = 8{,}8520 \text{ mm}.$$

Hieraus ergeben sich für die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der Linse in Augenflüssigkeit:

$$-f = \varphi = 56{,}2101 \text{ mm}; \; -\alpha_3 = 5{,}2708 \text{ mm}; \; \alpha_4 = 3{,}1555 \text{ mm}.$$

Die Oerter der Hauptpunkte Ha und Hb bezogen auf die Linsenscheitel werden:

$$Ha S_1 = H_{1,1} S_1 - \alpha_3 = 7{,}1035 \text{ mm}, \; Hb S_2 = H_{2,2} S_2 + \alpha_4 = 5{,}5814 \text{ mm};$$

$$Ha Hb = \varepsilon = 0{,}5150 \text{ mm}.$$

III. Das ganze Auge. Aus den Brennweiten f_0 und φ_0 der Cornea und den Brennweiten f und φ der Linse findet man, indem D gleich dem Abstande des ersten Hauptpunktes der Linse vom Scheitel der Cornea, $D = d_1 + Ha S_1 = 14{,}3035$ mm, gesetzt wird, die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges.

$$f = -26{,}1625 \text{ mm}, \; \varphi = 34{,}9532 \text{ mm}; \; -\alpha_1 = 6{,}6574 \text{ mm}, \; \alpha_2 = 7{,}2554 \text{ mm}.$$

Aus diesen Werthen resultiren schliesslich für die Oerter der Cardinalpunkte:

$$S_0 F = f + H\alpha S_0 = -19{,}5051 \text{ mm}, \; S_0 \Phi = \varphi + H\beta S_0 = 42{,}5164 \text{ mm};$$

$$S_0 H\alpha = -\alpha_1 = 6{,}6574 \text{ mm}, \; S_0 H\beta = -(\alpha_2 + H\beta S_2) + S_0 S_2 = 7{,}5632 \text{ mm};$$

$$S_0 K\alpha = S_0 \Phi - S_0 H\beta + S_0 F = 15{,}4481 \text{ mm}, \; S_0 K\beta = S_0 \Phi + f = 16{,}3539 \text{ mm};$$

$$H\alpha H\beta = \varepsilon = S_0 S_2 + \alpha_1 - \alpha_2 = 0{,}9058 \text{ mm}.$$

Daraus folgt eine Myopie des Auges von 43,3 — 42,5164 = 0,7836 mm. In Dioptrien ausgedrückt erhalten wir die Ametropie zu $\frac{0,8736.\ 1000}{f.\ \varphi} = -0,95$ Dioptrien.

Die Oerter der Cardinalpunkte sind in der folgenden Tabelle mit denen, welche Matthiessen[1]) und Berlin[2]) für die von ihnen gemessenen Constanten berechnet haben, zusammengestellt.

Tabelle 30.

Cardinalpunkte des Pferdeauges.		Geschichtete Linse.		Homogene Linse.		
		Matthiessen.	Klingberg.	Berlin.	Klingberg.	
			Horiz. Merid.		Horiz. Merid.	Vert. Merid.
		mm	mm	mm	mm	mm
Ort des vorderen Hauptbrennpunktes	$S_0 F$	— 23,566	— 19,505	— 18,38	— 19,301	— 19,270
„ „ ersten Hauptpunktes	$S_0 H\alpha$	5,391	6,657	8,13	6,985	6,957
„ „ zweiten Hauptpunktes	$S_0 H\beta$	6,598	7,563	9,28	8,222	8,198
„ „ ersten Knotenpunktes	$S_0 K\alpha$	15,688	15,448	17,03	15,817	15,770
„ „ zweiten Knotenpunktes	$S_0 K\beta$	16,895	16,354	18,18	17,054	17,011
„ „ hinteren Hauptbrennpunktes	$S_0 \Phi$	45,249	42,516	41,69	43,339	43,238
Hauptpunktsinterstitium	$H\alpha H\beta$	1,207	0,909	1,15	1,237	1,241
Ametropie des Auges in Dioptrien		+ 0,45 D	— 0,95 D	+ 1,27 D	+ 0,04 D	— 0,07 D

Es ergiebt sich also aus den von uns zu Grunde gelegten Constanten für das Auge mit geschichteter Linse eine geringe Myopie im Widerspruch mit den aus Augenspiegeluntersuchungen gewonnenen Resultaten[3]). Es ist aber zu beachten, dass das berechnete Auge als ein aus einer Reihe von untersuchten zusammengestelltes mittleres Auge anzusehen ist. Matthiessen und Berlin, welche von den Messungen an einem Augenpaare ausgegangen sind, finden in Uebereinstimmung mit dem ophthalmoskopischen Befunde eine Hypermetropie des Pferdeauges.

Die Dimensionen des reducirten Auges gewinnt Berlin[4]) dadurch, dass er den Radius gleich dem Abstande des ersten Knotenpunktes vom ersten Hauptpunkte und n = 1,333 setzt. Auf dieselbe Weise ergiebt sich für das von uns berechnete Auge r = 15,45 — 6,67 = 8,8 mm, setzen wir ferner n = $^4/_3$ so resultiren für die Brennweiten:

$$Fr = \frac{-8,8}{^4/_3 - 1} = -26,4 \text{ mm}, \quad \Phi r = \frac{^4/_3 \cdot 8,8}{^4/_3 - 1} = 35,2.$$

Stellen wir diese Werthe mit den von Matthiessen [5]) und Berlin[4]) gefundenen zusammen, so erhalten wir:

	Matthiessen.	Berlin.	Klingberg.
r	10 mm	9 mm	8,8 mm
Sr Fr	— 30 „	— 27 „	— 26,4 „
Sr Φr	40 „	36 „	35,2 „

1) Matthiessen, Beiträge zur Dioptrik der Krystallinse. § 10. Zeitschrift für vergl. Augenheilkunde.
2) Matthiessen l. c. Berlin, Ueber den phys.-opt. Bau des Pferdeauges. Zeitschrift für vergl. Augenheilkunde 1. pg. 17.
3) Berlin. l. c. pg. 27.
4) Berlin l. c. pg. 34.
5) Berlin l. c. pg. 26.

Der Abstand der brechenden Fläche Sr des reducirten Auges vom Scheitel S_0 der Hornhaut wird demnach für unser reducirtes Auge $S_0 Sr = 26,4 - 19,5 = 6,9$ mm. Der Krümmungsmittelpunkt K liegt $r + S_0 Sr = 15,7$ mm hinter dem Scheitel der Hornhaut. Ferner liegt Φr um $35,2 + 6,9 - 43,3 = - 1,2$ mm vor der Retina, also hat das reducirte Auge eine Myopie von 1,2 mm.

Für das reducirte menschliche Auge in der Accommodation für die Ferne haben wir nach Matthiessen[1]): $r = 5,0772$ mm, $Fr = - 15,0364$ mm, $S_0 Sr = 2,1182$ mm.
Es ist weiter der Ort des zweiten Hauptbrennpunktes $\Phi = 22,2319$ mm, also der Abstand des mittleren Knotenpunktes von diesem $= 22,2319 - 7,1954 = 15,0365$ mm. Bezeichnen wir demnach mit B_1 die Bildgrösse auf der Retina des Menschen, mit B_2 dieselbe auf der Retina des Pferdes, so verhalten sich:

$B_1 : B_2 = 15,0365 : 27,6$, also: $B_1 : B_2 = 5 : 9,2$, oder angenähert: $B_1 : B_2 = 1 : 2$.

Dasselbe Verhältniss findet Matthiessen. Dagegen erhält Berlin:

$$B_1 : B_2 = 15,0 : 25,5, \text{ also angenähert: } B_1 : B_2 = 3 : 5.$$

II. Die Cardinalpunkte des Schafsauges.

Tabelle der Constanten des Schafsauges.

Tabelle 31.

Gemessene Objecte.		Treviran.	Matthies.	Koschel.	Klingb.
		mm	mm	mm	mm
Krümmungsr. d. Corn.	r_0	14,4	12,7	—	10,37
Radius im hor. Mer.	S_2	—	—	12,75	—
Radius im vert. Mer.	S_0	—	—	12,40	—
Krümmungsr. d. vord. Linsenfl.	r_1	7,40	11,8	8,9	9,8
Krümmungsr. d. hint. Linsenfl.	r_2	6,75	8,5	7,9	8,0
Ort d. vord. Linsenfl.	d_1	2,6	4,5	3,0	4,1
Ort des Kerncentrum	$d_1 + b_1$	—	—	—	8,6
Ort der hint. Linsenfl.	$d_1 + d_2$	14,8	14,5	13,4	14,1
Ort der Retina	R	25,4	27,5	25,2	25,75
Brechungsindex d. Augenflüssigk.	n_0	—	1,3350	—	1,3360
Brechungsindex d. Corticalis	N_1	—	—	—	1,3850
Brechungsindex d. Kerncentrum	Nm	—	1,4595	—	1,4575

Das Auge mit homogener Linse.

Es ist im vorhergehenden der Totalindex der Krystallinse zu $n = 1,5328$ berechnet worden. Demnach sind die dioptrischen Constanten:

$$r_0 = 10,37 \text{ mm}; \; r_1 = 9,8 \text{ mm}; \; r_2 = 8,0 \text{ mm}.$$

$$n_0 = 1,3360, \quad n_1 = \frac{n}{n_0} = 1,1473, \quad n_2 = \frac{n_0}{n} = 0,8716.$$

Daraus resultiren die Partialbrennweiten:

$$f_0 = - 30,8631 \text{ mm}, \; f_1 = - 66,5128 \text{ mm}, \; f_2 = - 62,2956 \text{ mm};$$

$$\varphi_0 = 41,2331 \text{ mm}, \quad \varphi_1 = 76,3126 \text{ mm}, \quad \varphi_2 = 54,2959 \text{ mm}.$$

Ferner werden für die sekundären Focalinterstitien und die Interstitialdeterminante gefunden:

$$J_1 = - 103,6459 \text{ mm}, \; J_2 = - 128,6082 \text{ mm}; \; R_2 = 8253,945.$$

[1]) Matthiessen, Dioptrik § 44.

Daraus folgen für die Brennweiten bezogen auf die Hauptpunkte und für die Hauptpunktsdistanzen:

$$H\alpha F = f = -15{,}493 \text{ mm}, \quad H\beta\Phi = \varphi = 20{,}699 \text{ mm}.$$
$$H\alpha S_0 = \alpha_1 = -4{,}4587 \text{ mm}; \quad H\beta S_2 = \alpha_2 = 8{,}8762 \text{ mm}.$$

Für die Knotenpunktsdistanzen und das Interstitium resultiren die Werthe

$$K\alpha S_0 = k_1 = -\varphi - \left(f_0 + \frac{f_0 \varphi_0 J_2}{R_2}\right) = -9{,}6614 \text{ mm}.$$
$$K\beta S_2 = k_2 = -f - \left(\varphi_2 - \frac{f_2 \varphi_2 J_1}{R_2}\right) = 3{,}6702 \text{ mm}.$$
$$H\alpha H\beta = K\alpha K\beta = \varepsilon = 0{,}7651 \text{ mm}.$$

Hieraus ergeben sich für die Oerter der Cardinalpunkte des Schafsauges mit homogener Linse:

Ort des vorderen Hauptbrennpunktes $S_0 F = -11{,}0341$ mm.
Ort des ersten Hauptpunktes $S_0 H\alpha = 4{,}459$ mm.
Ort des zweiten Hauptpunktes $S_0 H\beta = 5{,}224$ mm.
Ort des ersten Knotenpunktes $S_0 K\alpha = 9{,}664$ mm.
Ort des zweiten Knotenpunktes $S_0 K\beta = 10{,}429$ mm.
Ort des hinteren Hauptbrennpunktes $S_0 \Phi = 25{,}923$ mm.
Hauptpunktsinterstitium $H\alpha H\beta = 0{,}765$ mm.

Da der Ort der Retina zu 25,75 gemessen ist, liegt der hintere Hauptbrennpunkt 0,353 mm hinter derselben. Es folgt hieraus eine Ametropie von + 0,54 D.

Das Auge mit geschichteter Linse.

I. Das Hornhautsystem. Die zur Berechnung erforderlichen Constanten sind:

$$r_0 = 10{,}37 \text{ mm}; \quad n_0 = 1{,}3360.$$

Daraus ergeben sich für die Brennweiten des Hornhautsystems:

$$f = -30{,}863 \text{ mm}, \quad \varphi = 41{,}233 \text{ mm}.$$

II. Das Linsensystem. Die dioptrischen Constanten sind:

$$r_1 = 9{,}8 \text{ mm}, \; r_2 = 8{,}0 \text{ mm}; \; b_1 = 4{,}5 \text{ mm}, \; b_2 = 5{,}5 \text{ mm};$$
$$n_0 = 1{,}3360, \; N_1 = 1{,}3850, \; Nm = 1{,}4575.$$

a) Vordere Linsenhälfte.

Es resultiren die folgenden Werthe:

$$f_1 = -267{,}200 \text{ mm}, \quad \varphi_1 = 277{,}000 \text{ mm};$$
$$f_2 = -94{,}357 \text{ mm}, \quad \varphi_2 = 99{,}296 \text{ mm}.$$
$$-\alpha_1' = 2{,}2001 \text{ mm}, \; \alpha_2' = 2{,}2786 \text{ mm}; \; \varepsilon = 0{,}0212 \text{ mm}.$$

Für die Combination mit Augenflüssigkeit ist $D = -\alpha_1' = 2{,}2001$ mm zu setzen. Es werden die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der vorderen Linsenhälfte:

$$f = -68{,}297 \text{ mm}, \quad \varphi = 74{,}508 \text{ mm};$$
$$-\alpha_1 = 1{,}5925 \text{ mm}, \quad \alpha_2 = 0{,}5918 \text{ mm}.$$

Die Oerter der beiden Hauptpunkte bezogen auf den Linsenscheitel S_1 und das Kerncentrum M der Linse werden:

$$H_{1,1} S_1 = -\alpha_1 = 1{,}5925 \text{ mm}; \quad H_{2,1} M = \alpha_2' + \alpha_2 = 2{,}8704 \text{ mm}.$$
$$\varepsilon = b_1 - (H_{1,1} S_1 + H_{2,1} M) = 0{,}0371 \text{ mm}.$$

b) Hintere Linsenhälfte.

Aus den gegebenen Constanten folgen:

$$f_1 = -81{,}378 \text{ mm}, \varphi_1 = 77{,}330 \text{ mm};$$
$$f_2 = -226{,}122 \text{ mm}, \varphi_2 = 218{,}122 \text{ mm};$$
$$-\varkappa_1'' = 2{,}7905 \text{ mm}, \varkappa_2'' = 2{,}6945 \text{ mm}; \varepsilon = 0{,}0150 \text{ mm}.$$

Die Combination mit der Augenflüssigkeit, bei welcher $D = \varkappa_2'' = 2{,}6945$ mm zu setzen ist, ergiebt für die hintere Linsenhälfte:

$$f = -61{,}184 \text{ mm}, \varphi = 56{,}083 \text{ mm}; -\varkappa_1 = 0{,}7291 \text{ mm}, \varkappa_2 = 1{,}9542 \text{ mm}.$$

Hieraus resultiren für die Oerter der beiden Hauptpunkte:

$$H_{1,2} M = -(\varkappa_1 + \varkappa_2'') = 3{,}5196 \text{ mm}, H_{2,2} S_2 = \varkappa_2 = 1{,}9542 \text{ mm}.$$
$$\varepsilon = b_2 - (H_{1,2} M + H_{2,2} S_2) = 0{,}0262 \text{ mm}.$$

c) Das ganze Linsensystem.

Die dioptrischen Elemente sind:

$$f_1 = -68{,}297 \text{ mm}, \varphi_1 = 74{,}508 \text{ mm};$$
$$f_2 = -61{,}184 \text{ mm}, \varphi_2 = 56{,}083 \text{ mm}.$$
$$D = H_{2,1} M + H_{1,2} M = 6{,}3900 \text{ mm},$$

und es werden die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen der ganzen Linse in Augenflüssigkeit:

$$-f = \varphi = 32{,}317 \text{ mm}; -\varkappa_3 = 3{,}3752 \text{ mm}, \varkappa_4 = 2{,}7716 \text{ mm}.$$

Für die Oerter der Hauptpunkte bezogen auf die Linsenscheitel ergeben sich hieraus:

$$Ha S_1 = 4{,}9676 \text{ mm}, Hb S_2 = 4{,}7258 \text{ mm};$$
$$Ha Hb = \varepsilon = 0{,}3066 \text{ mm}.$$

III. Das ganze Auge.

Die dioptrischen Elemente sind durch die Brennweiten der Cornea und der ganzen Linse gegeben. Dieselben sind:

$$f_1 = -30{,}863 \text{ mm}, \varphi_1 = 41{,}233 \text{ mm};$$
$$f_2 = -12{,}317 \text{ mm}, \varphi_2 = 32{,}317 \text{ mm}.$$
$$D = d_1 + Ha S_1 = 9{,}0676 \text{ mm}.$$

Hieraus findet man für die Hauptbrennweiten und Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges;

$$f = -15{,}468 \text{ mm}, \varphi = 20{,}665 \text{ mm}; \varkappa_1 = 4{,}3400 \text{ mm}, \varkappa_2 = 4{,}5445 \text{ mm}.$$

Für die Oerter der Cardinalpunkte des ganzen Auges resultiren:

$$S_0 F = 11{,}128 \text{ mm}, S_0 \Phi = 25{,}495 \text{ mm}; S_0 H\alpha = 4{,}340 \text{ mm}, S_0 H\beta = 4{,}830 \text{ mm};$$
$$S_0 K\alpha = 9{,}537 \text{ mm}, S_0 K\beta = 10{,}027 \text{ mm}; \varepsilon = 0{,}490 \text{ mm}.$$

Es folgt hieraus eine Myopie des Schafsauges von $25{,}75 - 25{,}495 = 0{,}255$ mm. In Dioptrien ausgedrückt erhalten wir die Ametropie zu 0,4 Dioptrien.

Die Oerter der Cardinalpunkte sind in der folgenden Tabelle mit den von Matthiessen[1]) gegebenen zusammengestellt.

[1]) Matthiessen, Beiträge etc. § 14. Zeitschrift für vergl. Augenheilkunde V. 1887.

Tabelle 32.

Cardinalpunkte des Schafsauges.		Geschichtete Linse.	Homogene Linse.	
		Klingberg.	Matthiessen.	Klingberg
		mm	mm	mm
Ort des vorderen Hauptbrennpunktes	$S_0 F$	— 11,128	— 12,448	— 11,034
„ „ ersten Hauptpunktes	$S_0 H\alpha$	4,340	4,978	4,459
„ „ zweiten „	$S_0 H\beta$	4,830	6,605	5,224
„ „ ersten Knotenpunktes	$S_0 K\alpha$	9,537	10,816	9,664
„ „ zweiten „	$S_0 K\beta$	10,027	11,903	10,429
Ort des hinteren Brennpunktes	$S_0 \Phi$	25,495	29,329	25,923
Hauptpunktsinterstitium	$H\alpha H\beta$	0,490	1,087	0,765
Ametropie des Auges in Dioptrien		— 0,4 D	+ 4,51 D	+ 0,54 D

Für das reducirte Auge würde sich ebenso wie bei dem Auge des Pferdes ergeben:

$$r = 5{,}2 \text{ mm}, \; n = 4/3; \; Fr = -15{,}6 \text{ mm}, \; \Phi r = 20{,}8 \text{ mm}.$$

Der Abstand der brechenden Fläche des reducirten Auges vom Scheitel der Hornhaut wird demnach $S_0 Sr = 15{,}6 - 11{,}1 = 4{,}5$ mm. Der Krümmungsmittelpunkt K liegt $r + S_0 Sr = 9{,}7$ mm hinter dem Scheitel der Hornhaut. Daraus ergiebt sich für das Verhältniss der Bildgrösse B_1 auf der Retina des Menschen zu der Bildgrösse B_2 auf der Retina des Schafes:

$$B_1 : B_2 = 15{,}0 : 16{,}1, \text{ also nahezu } B_1 = B_2.$$

III. Die Cardinalpunkte des Schweinsauges.

Tabelle der Constanten des Schweinsauges.

Tabelle 33.

Gemessene Objecte.		Matthiess.	Koschel.	Peschel.	Klingb.
		mm	mm	mm	mm
Radius der Cornea	r_0	9,5	—	—	8,16
„ „ „ im horizontalen Meridian	ρ_h	—	11,0	—	—
„ „ „ im vertikalen Meridian	ρ_v	—	10,6	—	—
Radius der vorderen Linsenfläche	r_1	7,25	7,2	7,74	7,99
„ „ hinteren Linsenfläche	r_2	5,5	6,2	5,33	6,07
Ort der vorderen Linsenfläche	d_1	3,5	2,8	—	3,4
„ des Kerncentrums	$d_1 + b_1$	—	—	—	7,1
„ der hinteren Linsenfläche	$d_1 + d_2$	11,0	10,7	—	11,0
„ der Retina R.	—	22,5	21,6	—	21,5
Brechungsindex der Augenflüssigkeiten	n_0	—	—	—	1,3350
„ der Corticalis	N_1	—	—	—	1,3780
„ des Kerncentrums	N_m	1,4293	—	—	1,4400

Die sich aus diesen Constanten für die Oerter der Cardinalpunkte der Schweinsaugen mit homogener und geschichteter Linse ergebenden Werthe sind in der folgenden Tabelle mit den von Matthiessen gefundenen zusammengestellt[1]).

[1]) Matthiessen l. c. § 17.

Tabelle 34.

Cardinalpunkte des Schweinsauges.		Geschichtete Linse.	Homogene Linse.	
		Klingberg.	Matthiessen.	Klingberg.
		mm	mm	mm
Ort des vorderen Hauptbrennpunktes	$S_0 F$	— 9,797	— 10,897	— 9,703
„ „ ersten Hauptpunktes	$S_0 H\alpha$	3,240	3,498	3,372
„ „ zweiten „	$S_0 H\beta$	3,569	4,049	3,884
„ „ ersten Knotenpunktes	$S_0 K\alpha$	7,600	8,321	7,752
„ „ zweiten „	$S_0 K\beta$	7,929	8,872	8,264
Ort des hinteren Hauptbrennpunktes	$S_0 \Phi$	20,697	23,267	21,338
Hauptpunktsinterstitium		0,329	0,551	0,512
Ametropie des Auges in Dioptrien		— 2,35 D	+ 0,77 D	— 0,70 D

Für das reducirte Auge wird:

$$r = 4{,}36 \text{ mm}, \ n = {}^4/_3; \ Fr = -13{,}08 \text{ mm}, \ \Phi r = 17{,}44 \text{ mm},$$
$$S_0 Sr = 13{,}08 - 9.80 = 3{,}28 \text{ mm}; \ r + S_0 Sr = 7{,}64 \text{ mm}.$$

Hieraus findet sich für das Verhältniss der Bildgrössen:

$B_1 : B_2 = 15{,}0 : 13{,}9$, also angenähert ebenfalls $B_1 = B_2$.

IV. Die Cardinalpunkte des Katzenauges.

Die Constanten der untersuchten Augen sind nach denselben Methoden bestimmt worden, welche bei den drei berechneten Augen angewendet wurden. Es wurden untersucht die Augen von zwei ungefähr acht Wochen alten von derselben Katze geworfenen Jungen und die Augen von drei ausgewachsenen Thieren, deren Alter ich nicht anzugeben vermag[1]).

Tabelle der Constanten des Katzenauges.

Tabelle 35.

		Matthiess.	Valentin.	Koschel.	Klingberg.	
		mm	mm	mm	Alt. Thier. mm	Jg. Thier. mm
Krümmungradius d. Hornhaut	r_0	7,25	—	—	—	—
„ „ „ im horz. M.	ρ_h	—	—	9,5	7,96	6,39
„ „ „ im vert. M.	ρ_v	—	—	9,2	8,49	6,65
„ der vord. Linsenfl.	r_1	6,0	—	6,7	6,45	4,55
„ der hint. „	r_2	6,0	—	7,4	7,58	5,25
Ort der vord. Linsenfl.	d_1	2,5	—	4,5	4,5	2,5
Achse der Linse	d_2	7,5	—	7,8	8,0	6,5
Durchmesser der Linse		—	—	10,4	12,3	9,0
Achsenlg. d. Glaskörpers	t	7,0	—	7,5	8,0	6,0
Ort der Retina		19,0	—	19,8	20,5	15,9
Brechungsindex der Hornhaut		—	1,3795	—	1,3784	1,3771
„ des Humor aqueus		—	1,3364	—	1,3355	1,3354
„ „ Humor vitreus		—	1,3371	—	1,3350	1,3350
„ der Linsenkapsel		—	—	—	1,3778	—
„ „ Corticalis	N_1	—	—	—	1,3868	1,3852
„ des Linsenkern	N_m	1,4402	1,4614	—	1,4589	1,4389

[1]) cf. Klingberg, Ueber den phys.-opt. Bau des Auges der Hauskatze. Arch. d. Fr. d. Nat. i. M. Jahrg. 42. pg. 119.

Bei Berechnung der Cardinalpunkte des Auges mit homogener Linse habe ich mich auf den vertikalen Cornealmeridian beschränkt, so dass die dioptrischen Constanten des Auges mit homogener Linse für das jüngere Thier werden:

$$r_0 = 6{,}65 \text{ mm}, \ r_1 = 4{,}55 \text{ mm}, \ r_2 = 5{,}25 \text{ mm};$$

$$n_0 = 1{,}3352, \ n_1 = \frac{n}{n_0} = 1{,}1193, \ n_2 = \frac{n_0}{n} = 0{,}8934;$$

$$d_1 = 2{,}5 \text{ mm}, \ d_2 = 6{,}5 \text{ mm}.$$

Hieraus ergeben sich für die Partialbrennweiten:

$$f_0 = -19{,}839 \text{ mm}, \ f_1 = -38{,}151 \text{ mm}, \ f_2 = -49{,}270 \text{ mm};$$

$$\varphi_0 = 26{,}489 \text{ mm}, \ \varphi_1 = 42{,}701 \text{ mm}, \ \varphi_2 = 44{,}020 \text{ mm};$$

ferner für die secundären Focalinterstitien und die Interstitialdeterminante:

$$J_1 = -62{,}140, \ J_2 = -85{,}471, \ R_2 = 3682{,}047,$$

und es werden die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges:

$$f = H\alpha F = -10{,}127 \text{ mm}, \ \varphi = H\beta\Phi = 3{,}523 \text{ mm};$$

$$\alpha_1 = H\alpha S_0 = -2{,}487 \text{ mm}, \ \alpha_2 = H\beta S_0 = 6{,}105 \text{ mm}, \ \varepsilon = H\alpha H\beta = 0{,}408 \text{ mm}.$$

Die dioptrischen Constanten des Auges des älteren Thieres sind:

$$r_0 = 8{,}49 \text{ mm}, \ r_1 = 6{,}45 \text{ mm}, \ r_2 = 7{,}58 \text{ mm};$$

$$n_0 = 1{,}3352, \ n_1 = \frac{n}{n_0} = 1{,}1488, \ n_2 = \frac{n_0}{n} = 0{,}8705;$$

$$d_1 = 4{,}5 \text{ mm}, \ d_2 = 8{,}0 \text{ mm}.$$

Aus der Berechnung ergeben sich:

$$f_0 = -25{,}328 \text{ mm}, \ f_1 = -43{,}350 \text{ mm}, \ f_2 = -58{,}524 \text{ mm},$$

$$\varphi_0 = 33{,}818 \text{ mm}, \ \varphi_1 = 49{,}800 \text{ mm}, \ \varphi_2 = 50{,}944 \text{ mm},$$

$$J_1 = -72{,}668, \ J_2 = -100{,}324, \ R_2 = 5131{,}494;$$

$$f = H\alpha F = -12{,}522 \text{ mm}, \ \varphi = H\beta\Phi = 16{,}720 \text{ mm};$$

$$\alpha_1 = H\alpha S_0 = -3{,}940 \text{ mm}, \ \alpha_2 = H\beta S_2 = 7{,}996 \text{ mm}, \ \varepsilon = H\alpha H\beta = 0{,}564 \text{ mm}.$$

Es werden demnach die Oerter der Cardinalpunkte beider Augen mit homogener Linse:

			Jung. T.	Alt. T.
Ort des vorderen Hauptbrennpunktes	$S_0 F$	=	— 7,640 mm,	— 8,582 mm.
„ „ ersten Hauptpunktes . . .	$S_0 H\alpha$	=	2,487 „	3,940 „
„ „ zweiten „ . . .	$S_0 H\beta$	=	2,895 „	4,504 „
„ „ ersten Knotenpunktes . . .	$S_0 K\alpha$	=	5,883 „	8,138 „
„ „ zweiten „ . . .	$S_0 K\beta$	=	6,291 „	8,702 „
Ort des hinteren Hauptbrennpunktes	$S_0 \Phi$	=	16,418 „	21,224 „
Hauptpunktsinterstitium	$H\alpha H\beta$	=	0,408 „	0,564 „

Es folgt hieraus für das junge Thier eine Hypermetropie von 16,418 — 15,9 = 0,518 mm, so dass die Ametropie des Auges + 3,78 Dioptrien beträgt. Für das ältere Thier ergiebt sich entspechend $\xi = -0{,}728$ oder die Ametropie zu + 3,46 D.

Zur Berechnung der Cardinalpunkte des Auges mit geschichteter Linse benutzen wir die auf pg. 19 und 20 des ersten Theiles dieser Abhandlung gegebenen Formeln.

Wir beschränken uns auf das Auge der jungen Katze.

a) Das Linsensystem.

α) Es werden zunächst die Cardinalpunkte der Linse in Corticalis berechnet. Die dioptrischen Constanten sind:

$r_1 = 4{,}55$ mm, $r_2 = 5{,}25$ mm; $b_1 = 3{,}25$ mm, $b_2 = 3{,}25$ mm; $N_1 = 1{,}3852$, $N_m = 1{,}4389$.

Hieraus ergiebt sich für die Brennweite und für die beiden Hauptpunkte der Linse:

$$f = -\varphi = -\frac{r_1 r_2}{2\zeta}\left\{\frac{(r_1 + r_2) + \frac{4}{3}\zeta(b_1 + b_2)}{(r_1 + r_2)^2}\right\} = -32{,}517 \text{ mm};$$

$$H_1 S_1 = \frac{b_1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right)$$
$$+ \frac{1}{2} r_1 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\left\{1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta\frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + \frac{1}{3}\zeta\frac{b_1}{r_1}\right\} = 3{,}1074 \text{ mm},$$

$$H_2 S_2 = \frac{b_2}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{6}\zeta\frac{b_2}{r_2}\right)$$
$$+ \frac{1}{2} r_2 \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\left\{1 - \frac{5}{6}\zeta + \frac{5}{6}\zeta\frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_1} + \frac{1}{3}\zeta\frac{b_2}{r_2}\right\} = 3{,}3361 \text{ mm},$$

$$\varepsilon = H_1 H_2 = \frac{2}{3}\zeta(b_1 + b_2)\left\{1 - \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2}\right\} = 0{,}0562 \text{ mm}.$$

β) Für die Combination mit Kammerwasser ist zu setzen:

$$r_1 = 4{,}55 \text{ mm}, \quad n_2 = \frac{N_1}{n_0} = \frac{1{,}3852}{1{,}3352} = 1{,}0374,$$

$$f_2 = -\varphi_2 = -32{,}517 \text{ mm}, \quad D = H_1 S_1 = 3{,}1074 \text{ mm}.$$

Es werden: $f_1 = -121{,}502$ mm, $\varphi_1 = 126{,}052$ mm

und es folgen für diese Combination, wenn $H_{1,1}$ und $H_{2,1}$ die neuen Hauptpunkte bezeichnen:

$$f = -25{,}413 \text{ mm}, \ \varphi = 26{,}363 \text{ mm}; \ -\alpha_1 = 2{,}4286 \text{ mm}, \ \alpha_2 = 0{,}6499 \text{ mm};$$
$$H_{1,1} S_1 = -2{,}4286 \text{ mm}, \ H_{2,1} S_2 = 3{,}9860 \text{ mm}; \ \varepsilon = 0{,}0851 \text{ mm}.$$

γ) Zur Combination mit Glaskörper kommen wir durch die Daten:

$$f_1 = -25{,}413 \text{ mm}, \ \varphi_1 = 26{,}363 \text{ mm}; \ D = H_{2,1} S_2 = 3{,}9860 \text{ mm};$$

$$f_2 = -\frac{n_2 r_2}{n_2 - 1} = -145{,}444 \text{ mm}, \quad \varphi_2 = \frac{r_2}{n_2 - 1} = 140{,}194 \text{ mm}.$$

Hieraus resultiren für die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen der Linse in Augenflüssigkeit:

$$f = -\varphi = -22{,}024 \text{ mm}; \ \mathrm{Ha}\,H_{1,1} = -\alpha_1 = 0{,}6036 \text{ mm}, \ \mathrm{Hb}\,S_2 = \alpha_2 = 3{,}3298 \text{ mm}.$$

Demnach werden die Oerter der Hauptpunkte bezogen auf die Linsenscheitel und das Hauptpunktsinterstitium:

$$\mathrm{Ha}\,S_1 = H_{1,1} S_1 + \alpha_1 = -3{,}0322 \text{ mm}, \ \mathrm{Hb}\,S_2 = 3{,}3298 \text{ mm}; \ \varepsilon = 0{,}1380 \text{ mm}.$$

b) Das Hornhautsystem.

Für die Brennweiten der Cornea im vertikalen Meridian ergiebt sich aus den Constanten:

$r_0 = 6{,}65$ mm, $n_0 = 1{,}3352$, die Werthe $f = -19{,}839$ mm, $\varphi = 26{,}489$ mm.

c) Das ganze Auge.

Die dioptrischen Elemente des ganzen Auges sind also:

$$f_1 = -19{,}839 \text{ mm}, \ \varphi_1 = 26{,}489 \text{ mm}; \ f_2 = -\varphi_2 = -22{,}024 \text{ mm};$$
$$D = d_1 - \mathrm{Ha}\,S_1 = 5{,}5322 \text{ mm},$$

und hieraus ergeben sich schliesslich für die Brennweiten und Hauptpunktsdistanzen des ganzen Auges im vertikalen Cornealmeridian:

$$f = -10{,}166 \text{ mm}, \ \varphi = 13{,}573 \text{ mm}; \ \alpha_1 = -2{,}5535 \text{ mm}, \ \alpha_2 = 2{,}8348 \text{ mm}.$$

Die Oerter der Cardinalpunkte des ganzen Auges bezogen auf den Scheitel der Cornea werden hiernach:

$S_0F = -7{,}612$ mm, $S_0\Phi = 16{,}409$ mm; $S_0H\alpha = 2{,}5535$ mm, $S_0H\beta = 2{,}8354$ mm; $S_0K\alpha = 5{,}9611$ mm, $S_0K\beta = 6{,}2430$ mm; $\varepsilon = 0{,}2819$ mm; $\Phi R = -0{,}509$ mm. Die Ametropie des Auges beträgt + 3,67 D.

Für den horizontalen Meridian wird $r_0 = \rho_1 = 6{,}39$ mm, daraus folgen für die Brennweiten der Cornea:

$$f = -19{,}063 \text{ mm}, \ \varphi = 25{,}453 \text{ mm}.$$

Die Brennweiten und Hauptpunktsdisatnzen des ganzen Auges werden:

$$f = -10{,}010 \text{ mm}, \ \varphi = 13{,}365 \text{ mm}; \ \alpha_1 = -2{,}5143 \text{ mm}, \ \alpha_2 = 2{,}9048 \text{ mm}.$$

Hieraus resultiren als Oerter der Cardinalpunkte des ganzen Auges im horizontalen Meridian:

$S_0F = -7{,}495$ mm, $S_0\Phi = 16{,}130$ mm; $S_0H\alpha = 2{,}5143$ mm, $S_0H\beta = 2{,}7654$ mm. $S_0K\alpha = 5{,}8698$ mm, $S_0K\beta = 6{,}1509$ mm; $\varepsilon = 0{,}2511$ mm, $\Phi R = -0{,}230$ mm.

Es folgt eine Ametropie von + 1,72 D.

Für die Oerter der Cardinalpunkte des Katzenauges ergiebt sich hiernach folgende Zusammenstellung:

Tabelle 36.

Cardinalpunkte des Katzenauges.		Geschichtete Linse. Junges Thier.		Homogene Linse. Jung. Thier.	Homogene Linse. Alt. Thier.
		Vert. Merid.	Horiz. Merid.	Vert. Meridian.	
		mm	mm	mm	mm
Ort des vorderen Hauptbrennpunktes	S_0F	— 7,612	— 7,495	— 7,640	— 8,582
„ „ ersten Hauptpunktes	$S_0H\alpha$	2,554	2,514	2,487	3,940
„ „ zweiten „	$S_0H\beta$	2,835	2,765	2,895	4,504
„ „ ersten Knotenpunktes	$S_0K\alpha$	5,961	5,870	5,883	8,138
„ „ zweiten „	$S_0K\beta$	6,243	6,151	6,291	8,702
„ „ hinteren Hauptbrennpunktes	$S_0\Phi$	16,409	16,130	16,418	21,224
Hauptpunktsinterstitium	$H\alpha H\beta$	0,282	0,251	0,408	0,564
Ametropie des Auges in Dioptrien		+ 3,67 D	+ 1,72 D	+ 3,78 D	+ 3,46 D

Die Dimensionen des reducirten Auges werden:

$$r = 4{,}2 \text{ mm}; \ Fr = -12{,}6 \text{ mm}; \ \Phi r = 16{,}8 \text{ mm}.$$
$$S_0Sr = 4{,}0 \text{ mm}, \ r + S_0Sr = 4{,}2 \text{ mm}$$

und es folgt für das Verhältniss der Bildgrössen

$$B_1 : B_2 = 15 : 5 \text{ oder angenähert: } B_1 : B_2 = 5 : 4.$$

Eine Vergleichung der Lage der Cardinalpunkte im Auge mit homogener und geschichteter Linse zeigt für alle Cardinalpunkte, mit Ausnahme der vorderen Brennweite, eine Verschiebung derart, dass dieselben der Hornhaut genähert werden[1]). Die Hauptpunkte und Knotenpunkte haben geringere Entfernung von einander, die hintere Brennweite wird verkleinert und wir erhalten boim myopischen Auge eine Vergrösserung, beim hypermetropischen eine Verkleinerung der Ametropie.

[1]) cf. Matthiessen, Die zweiten Purkinjeschen Bilder im schematischen und im wirklichen Auge. Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane III. 1891. pg. 290.

Matthiessen[1]) macht auf die interessante Thatsache aufmerksam, dass nach den vorliegenden Messungen die durchsichtigen Häute des Auges einen constanten Brechungsindex besitzen, dass dasselbe gelte für die flüssigen Augenmedien, und dass ebenso der Brechungsindex der Corticalis constant sei. Er giebt dann später, als vermehrte Messungen vorliegen, eine Zusammenstellung[2]) aller bekannten Beobachtungen, welche eine Bestätigung für die ausgesprochene Ansicht geben. Die Tabelle 27 im ersten Theile dieser Abhandlung zeigt ebenfalls die Uebereinstimmung meiner Messungen mit dem bisher gefundenen; es möge aber gestattet sein, ausser den Brechungsindices der Medien des Katzenauges noch einige der Augen frei lebender Thiere hinzuzufügen. Dieselben sind mit demselben Refractometer bestimmt, mit dem die obigen Messungen vorgenommen sind. Herr Professor Matthiessen hatte die Güte, mir denselben zu diesen Messungen wieder zu überlassen.

Tabelle 37.

	Hornhaut.	Kammerwasser.	Linsenkapsel.	Corticalis.	Glaskörper.
Katze, jung. T.	1,3771	1,3354	—	1,3852	1,3350
„ alt. T.	1,3784	1,3355	1,3773	1,3868	1,3350
Fuchs	1,3779	1,3362	1,3781	1,3775	1,3361
Baummarder	1,3766	1,3359	—	1,3779	1,3358
Edelhirsch[3])	1,3801	1,3363	—	1,3851	1,3358
Reh	1,3700	1,3360	1,3773	1,3799	1,3357
Dammhirsch	1,3706	1,3361	1,3711	1,3778	1,3360
Wildschwein	—	1,3356	1,3715	1,3791	1,3352
Hase[4])	1,3744	1,3357	1,3812	1,3813	1,3356

Diese für die einzelnen brechenden Medien gefundenen Werthe sind für die Hornhaut und Linsenkapsel, für Kammerwasser und Glaskörper wenig von einander verschieden und weichen auch für die Corticalis wenig von einander ab. Ausserdem kommen sie von Matthiessen aus seiner Zusammenstellung berechneten Mittelwerthen verhältnissmässig nahe. Es dürfte demnach für nachfolgende Untersuchungen nicht mehr unbedingt nöthig sein, alle in Betracht kommenden Indices zu bestimmen, sondern unter Annahme des Index $n_0 = 1,3360$ für die flüssigen Augenmedien und des Index $N_1 = 1,3830$ für die Corticalis würden nach Messung des Index des Linsenkerns die Cardinalpunkte des Auges aus den Dimensionen desselben bestimmbar sein.

Bei der Berechnung der Cardinalpunkte des Katzenauges gingen wir für die Hornhautradien von Werthen aus, die für den horizontalen Meridian kleiner waren als für den vertikalen. Es geht daraus hervor, dass das Auge der Katze eine Bestätigung für die Vermuthung Wolfskehl's[5]) über den

[1]) Matthiessen, Dioptrik etc. pg. 179. Beiträge zur Dioptrik etc. 1887. pg. 21.

[2]) Matthiessen, Ueber Begriff und Auswerthung des sogenannten Totalindex der Krystalllinse. Pflüger Archiv 1885 pg. 99. Beiträge zur Dioptrik etc. 1887. pg. 22.

[3]) Bei einem alten Thiere fand ich folgende hohe Brechungsindices: Index des Kammerwassers n = 1,3370, des Glaskörpers n = 1,3368, der Corticalis N_0 = 1,3885.

[4]) Ein ungefähr 6 Wochen alter Hase gab bei sehr schwach gelblichem Kammerwasser: Index des h. aq. n = 1,3435, des h. vit. n = 1,3345, der Corticalis N_0 = 1,3832.

[5]) Wolfskehl, Ueber Astigmatismus etc. Zeitschrift für vergl. Augenheilkunde 1882. Vergl. die Abhandlung Theil I pg. 19.

Zusammenhang zwischen Astigmatismus der Hornhaut und spaltförmiger Pupille liefert. Auch die Hornhautradien des Fuchsauges, weniger die des Rehauges, stehen hiermit in Uebereinstimmung. Es sind von mir ebenfalls unter Anwendung der Chossat-Moennich'schen Methode gefunden:

Tabelle 38.

	Auge I.		Auge II.		Auge III.	
	ρ_h	ρ_v	ρ_h	ρ_v	ρ_h	ρ_v
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Junge Katze	6,60	6,89	6,18	6,41	—	—
Katze	8,20	8,54	8,57	8,80	7,12	8,04
Fuchs	7,70	8,55	7,17	8,26	—	—
Reh	10,32	10,29	9,25	9,25	—	—

Von besonderer Wichtigkeit sind noch die Verhältnisse zwischen den Dimensionen des Auges weil diese in gewisser Beziehung zur Familienverwandschaft und zur Lebensweise der Thiere zu stehen scheinen. Matthiessen weist darauf hin, dass bei den Augen der Raubthiere im Unterschiede zu den Augen anderer Säugethiere fast regelmässig der Krümmungsmittelpunkt der Hornhaut mit dem Linsencentrum zusammenfällt, die Linse fast gleichseitig ist und verhältnissmässig tief im Augapfel liegt. Es wird dieses durch eine Zusammenstellung der vorliegenden Messungen erhärtet. Dieser Zusammenstellung möchte ich die für die von uns untersuchten Hausthier-Augen resultirenden Verhältnisszahlen nebst einigen andern aus weiteren Messungen sich ergebenden hinzufügen. Bezeichnen wir den Abstand der vorderen Linsenfläche von der Hornhaut mit d_1, den Abstand des Kerncentrums der Linse von der Hornhaut mit c und die Achsenlänge des Glaskörpers mit t, so findet sich:

Tabelle 39.

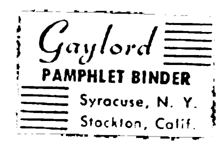
	$t : d_1$	$r_0 : c$	$r_1 : r_2$
Junge Katze	2,76	1,18	0.87
Katze	1,78	1,00	0,87
Fuchs	1,13	1,00	0,96
Baummarder	—	—	1,04
Pferd	3,18	1,34	1,68
Schaf	2,84	1,21	1,23
Edelhirsch	2,48	1,37	1,31
Reh	3,91	1,48	1,34
Dammhirsch	3,40	1,53	1,28
Hausschwein	3,09	1,15	1,32
Wildschwein	—	—	1,21
Junger Hase	3,00	—	1,17

Sehr beachtenswerth scheint das Verhältniss von $r_1 : r_2$ zu sein, denn nicht allein, dass dieses Verhältniss bei den Raubthieraugen nahezu gleich oder kleiner als 1 ist, wir finden auch noch einen Unterschied, je nachdem das gemessene Auge einem Tag- oder Nachtthiere angehört. Es ist der Werth dieses Verhältnisses beim Hunde gleich 1,12 (Matthiessen), beim Wolfe, der dort, wo er ungestört ist, auch am Tage auf Raub ausgeht, gleich 1,06 (Soemmering), bei den übrigen bisher untersuchten Raubthieraugen aber gleich oder kleiner als 1. Etwas ähnliches scheinen die Augen der Nagethiere

zu zeigen. Es ist gefunden: Beim Murmelthier $r_1 : r_2 = 1{,}39$ (Soemmering), beim Kaninchen 1,12 (Matthiessen), beim Hasen 1,17; dagegen beim Biber schon der 1 näher $r_1 : r_2 = 1{,}07$ (Soemmering) und bei dem erst in völliger Dunkelheit seinen Bau verlassenden Stachelschwein 0,94 (Soemmering). Die verhältnissmässig geringe Zahl der Beobachtungen lässt freilich einen sicheren Schluss noch nicht zu, es sind fortgesetzte Untersuchungen nöthig, bei denen eine Wiederholung der Messungen von Soemmering nöthig sein dürfte. Am meisten zu beachten wären Repräsentanten von Familien, in denen sich sowohl Tag- als Nachtthiere finden. Für unsere Fauna würde es sich dabei in erster Linie um Nagethiere handeln. Eine Vergleichung der relativen Lage der Oerter gleicher Cardinalpunkte, mit welcher ebenfalls Matthiessen[1]) bereits den Anfang gemacht hat, würde dann wahrscheinlich zur weiteren Constatirung eines Zusammenhanges zwischen Bau des Auges und dem Familienverhältnisse resp. der Lebensweise der Thiere führen. Erst nach diesem wird man der Frage näher treten können, welche Bedeutung der specielle Bau des Auges für das Sehen (z. B. für das Sehen bei Nacht) bei einzelnen Thieren haben mag. Hierzu sind aber noch sehr viele Messungen erforderlich und zwar, wie hervorgehoben sein mag, nicht nur der Dimensionen des Auges, sondern auch der Brechungsverhältnisse der einzelnen Medien, namentlich des Linsenkerns.

[1]) Matthiessen. Beiträge zur Dioptrik etc. Erste Folge pg. 67. Zweite Folge pg. 81 und pg. 90.




Gaylord
PAMPHLET BINDER
Syracuse, N. Y.
Stockton, Calif.

